

## 第一章

# GRE 和 GMAT 中的数学知识复习

GRE 和 GMAT 考试由于考查对象有所不同, GRE General 考试所针对的是除 MBA、JD 以外的所有申请者, 而 GMAT 针对的是 MBA 的申请者, MBA 的学习需要较强的数理推理能力, 所以 GMAT 数学考试难度相对于 GRE General 而言较难。但 ETS 所给出的数学考试大纲完全相同, 都要求掌握:

- **Arithmetic** 算术
- **Elementary Algebra** 基本代数
- **Commonly Known Concepts of Geometry** 一般的几何概念
- **Data Analysis** 数据分析

GRE 和 GMAT 数学部分的所有题目都以两种方式——数学背景和日常生活背景给出, 考查考生所具有的 *basic mathematical skill* (基本数学技巧)、*understanding of elementary math concept* (基本数学概念的理解) 以及 *ability to reason quantitatively and solve problems in quantitative setting* (在数字环境中的数字推理和解题的能力)。

对于中国考生而言, GRE 和 GMAT 数学部分的考查内容大部分是中国初中数学所涉及的内容, 所以并不构成太大困难。但因其也会涉及少量统计学中的简单概念, 强调数学概念在日常生活运用, 并且以英文出题, 所以中国考生需了解其考查特点, 熟悉英文概念, 掌握在 GRE 或 GMAT 考试中的应试方法和技巧。

本章从算术、代数、几何及文字考题四方面全面复习 GRE 和 GMAT 中的数学概念、出题思路及解题方法。

## 第一节 算术 (Arithmetic)

### 一、整数 (*integer, whole number*):

#### 1. 因子 (*factor or divisor*):

If  $x$  and  $y$  are integers and  $x \neq 0$ ,  $x$  is a divisor (factor) of  $y$  provided that  $y = xn$  for some integer  $n$ . In this case  $y$  is also said to be divisible by  $x$  or to be a multiple of  $x$ . For example, 7 is a divisor or factor of 28 since  $28 = 7 \cdot 4$ , but 8 is not a divisor of 28 since there is no integer  $n$  such that  $28 = 8n$ .

**divisible adj.** 可以被整除的    **multiple  $n$ .** 倍数

#### 2. 商和余数 (*quotients and remainders*)

If  $x$  and  $y$  are positive integers, there exist unique integers  $q$  and  $r$ , called the quotient and remainder, respectively, such that  $y = xq + r$  and  $0 \leq r < x$ . For example, when 28 is divided by 8, the quotient is 3 and the remainder is 4 since  $28 = (8)(3) + 4$ . Note that  $y$  is divisible by  $x$  if and only if the remainder  $r$  is 0; for example, 32 has a remainder of 0 when divided by 8 since 32 is divisible by 8. Also note that when a smaller integer is divided by a larger integer, the quotient is 0 and the remainder is the smaller integer. For example, 5 divided by 7 has the quotient 0 and the remainder 5 since  $5 = (7)(0) + 5$ .

注意:余数和商都可以为 0。

### 3. 奇数和偶数(odd and even integers):

Any integer that is divisible by 2 is an even integer; the set of even integers is  $\{\dots -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$ . Integers that are not divisible by 2 are odd integers;  $\{\dots -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$  is the set of odd integers. If at least one factor of a product of integers is even, the product is even; otherwise the product is odd. If two integers are both even or both odd, their sum and their difference are even. Otherwise, their sum and their difference are odd.

注:奇数和偶数都可以是负数;零一定是偶数。

### 4. 质数和合数(prime numbers and composite numbers):

A prime number is a positive integer that has exactly two different positive divisors, 1 and itself. For example, 2, 3, 5, 7, 11, and 13 are prime numbers, but 15 is not, since 15 has four different positive divisors, 1, 3, 5, and 15. The number 1 is not a prime number, since it has only one positive divisor. Every integer greater than 1 is either prime or can be uniquely expressed as a product of prime factors. For example,  $14 = (2)(7)$ ,  $81 = (3)(3)(3)(3)$ , and  $484 = (2)(2)(11)(11)$ .

注:除了 1 和其本身外,还有其他因子的数叫合数。最小的质数为 2,最小的合数为 4,在讨论质数和合数时,都指正数。1 和 0 既不是质数,也不是合数。

### 5. 整数中的重要概念:

• **Perfect square 完全平方数**, 诸如  $9 = 3^2$

• **Perfect cube 完全立方数**, 诸如  $8 = 2^3$

• **the greatest common divisor 最大公约数**

几个数所公有的最大因子称最大公约数, 诸如: 48 与 36 的公因子有 1, 2, 3, 4, 6, 12, 其中 12 为最大公约数。

• **the least common multiple 最小公倍数**

几个数所公有的最小倍数称最小公倍数。诸如: 3, 7 和 14 的最小公倍数为 42。

• **连续正整数的算术平均值也是首项和末项的算术平均值。**

同理, 连续奇数与连续偶数的算术平均值也是首项与末项的算术平均值

• **the properties of the number of factors 因子个数的特性**

① 当一个正整数  $n$  有奇数个因子, 则  $n$  必为一完全平方数。

② 除了  $\sqrt{n}$  为其中一个因子外, 小于  $\sqrt{n}$  的因子与大于  $\sqrt{n}$  的因子数相同。

③ 当某一正整数  $n$  有偶数因子时, 则  $n$  必不是完全平方数, 且大于  $\sqrt{n}$  的因子与小

于 $\sqrt{n}$ 的因子数相同。

例:问 64 有多少个小于 8 的因子?

64 共 7 个因子,小于 8 的有 1,2,4,大于 8 的有 16,32,64,所以共 3 个。

问 60 有多少个小于 $\sqrt{60}$ 的因子?

60 共 12 个因子,小于 $\sqrt{60}$ 的因子有 1,2,3,4,5,6,大于 $\sqrt{60}$ 的因子有 10,12,15,20,30,60,所以共 6 个。

·因子数的求解公式:将整数  $n$  分解为质因子相乘的形式,然后将每个质因子的幂分别加 1 之后连乘所得的结果就是  $n$  的因子的个数。

例:80 的因子个数可以如下方式求得:

$80 = 2^4 \cdot 5$ , 则因子个数为  $(4+1)(1+1) = 10$

·整除特性:

能够被 2 整除的数其个位一定是偶数。

能够被 3 整除的数是各位数的和能够被 3 整除。

能够被 4 整除的数是最后两位数能够被 4 整除。

能够被 5 整除的数的个位是 0 或 5。

能够被 8 整除的数是最后三位能够被 8 整除。

能够被 9 整除的数是各位数的和能够被 9 整除。

能够被 11 整除的数是其奇数位的和减去偶数位的和的差值可以被 11 整除

在整数的整除中,应充分利用上面所列整除特性,记住:一个数要想被另一数整除,该数需含有对方所具有的质数因子。例如一个数要被 28 整除,其必须满足被 7 和 2 整除,且具有两个 2 的因子。所以在解整除题时,若遇见一个较大的数,则将其分解为质因子连乘积形式,利用上面所列整除特性,判断一个数是否能够被另一个数整除。例如判断一个数是否能够被 105 整除,该数应具有能够分别被 3,5,7 三个质因子整除的特性。

·整数  $n$  次幂尾数特性:

尾数为 2 的数的幂的个位数一定以 2,4,8,6 循环

尾数为 3 的数的幂的个位数一定以 3,9,7,1 循环

尾数为 4 的数的幂的个位数一定以 4,6 循环

尾数为 7 的数的幂的个位数一定以 7,9,3,1 循环

尾数为 8 的数的幂的个位数一定以 8,4,2,6 循环

尾数为 9 的数的幂的个位数一定以 9,1 循环

例:问  $7^{123}$  和  $3^{321}$  的个位哪个大?

7 和 3 幂的个位数均每 4 次循环一次,则将  $7^{123}$  的幂指数  $123 \div 4$  余 3,因此  $7^{123}$  的个位一定为 3,同理将  $3^{321}$  的幂指数  $321 \div 4$  余 1,则  $3^{321}$  的个位为 3,则  $7^{123}$  与  $3^{321}$  的个位数相同。

·大于 2 的偶数都可以写成两个质数的和的形式。

在实际解题中,以上所总结的数字规律能够起到一定的辅助作用,但笔者认为:排除法在解 GRE 和 GMAT 的数字规律题时是最好的办法。

## 二、分数(fractions):

In a fraction  $\frac{n}{d}$ ,  $n$  is the numerator and  $d$  is the denominator. The denominator of a frac-

分母

tion can never be 0, because division by 0 is not defined. Two fractions are said to be equivalent if they represent the same number. For example,  $\frac{8}{36}$  and  $\frac{14}{63}$  are equivalent since they both represent the number  $\frac{2}{9}$ . In each case, the fraction is reduced to lowest terms by dividing both numerator and denominator by their greatest common divisor (gcd). The gcd of 8 and 36 is 4 and the gcd of 14 and 63 is 7.

### 1. 分数的加法和减法: *Addition and subtraction of fractions*

两个不同分母的分数加减首先需要把它们变成相同分母的分数 (equivalent fractions), 然后加减, 通分时选择最小公倍数 (least common multiple), 简称 lcm。

### 2. 分数的乘法和除法: *Multiplication and division of fractions*

乘法时分子相乘, 分母相乘。

除法时颠倒除数 (divisor), 即算出其倒数 (reciprocal), 然后相乘。

### 3. 带分数和假分数: *mixed number and improper fraction*

带分数指一个数由一个整数和一个分数构成。例如:  $8\frac{1}{4}$

假分数指分子大于分母的分数。例如:  $\frac{7}{3}$

## 三、小数 (decimals):

In the decimal system, the position of the period or decimal point determines the place value of the digits. For example, the digits in the number 7, 654.321 have the following place values:

7	6	5	4	.	3	2	1
千位	百位	十位	个位	十分位	百分位	千分位	
<i>Thousands</i>	<i>Hundreds</i>	<i>Tens</i>	<i>Ones or units</i>	<i>Tenths</i>	<i>Hundredths</i>	<i>Thousandths</i>	

### 科学计数法 (scientific notation)

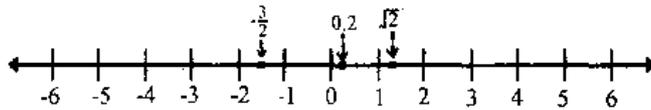
Sometimes decimals are expressed as the product of a number with only one digit to the left of the decimal point and a power of 10. This is called scientific notation. For example, 231 can be written as  $2.31 \times 10^2$  and 0.0231 can be written as  $2.31 \times 10^{-2}$ . When a number is expressed in scientific notation, the exponent of the 10 indicates the number of places that the decimal point is to be moved in the number that is to be multiplied by a power of 10 in order to obtain the product. The decimal point is moved to the right if the exponent is positive and to the left if the exponent is negative. For example,  $20.13 \times 10^3$  is equal to 20, 130 and  $1.91 \times 10^{-4}$  is equal to 0.000191.

四舍五入: To the nearest

小数点: decimal point, period

#### 四、实数 (real numbers):

All real numbers correspond to points on the number line and all points on the number line correspond to real numbers.



注:实数所对应的概念为虚数 imaginary numbers。另外数轴一定是由左至右逐渐增大的。在 GRE 及 GMAT 数学考试中数轴往往习惯画为如上双箭头模式。

##### • 正数和负数 positive and negative numbers

All real numbers except zero are either positive or negative.

注:0 既不是正数也不是负数

To say that the number  $n$  is between 1 and 4 on the number line means that  $n > 1$  and  $n < 4$ ; that is,  $1 < n < 4$ . If  $n$  is “between 1 and 4, inclusive”, then  $1 \leq n \leq 4$ .

##### • 绝对值 absolute value

某数在数轴上与零点之间的距离称为该数的绝对值。例如:  $|-5| = |5| = 5$

##### • 实数的性质 properties of real numbers

Here are some properties of real numbers that are used frequently. If  $x$ ,  $y$ , and  $z$  are real numbers, then

- (1)  $x + y = y + x$  and  $xy = yx$
- (2)  $(x + y) + z = x + (y + z)$  and  $(xy)z = x(yz)$
- (3)  $x(y + z) = xy + xz$
- (4) If  $x$  and  $y$  are both positive, then  $x + y$  and  $xy$  are positive.
- (5) If  $x$  and  $y$  are both negative, then  $x + y$  is negative and  $xy$  is positive.
- (6) If  $x$  is positive and  $y$  is negative, then  $xy$  is negative.
- (7) If  $xy = 0$ , then  $x = 0$  or  $y = 0$ . For example,  $3y = 0$  implies  $y = 0$ .
- (8)  $|x + y| \leq |x| + |y|$

For example, if  $x = 10$  and  $y = 2$ , then  $|x + y| = |12| = 12 = |x| + |y|$ ; and if  $x = 10$  and  $y = -2$ , then  $|x + y| = |8| = 8 < 12 = |x| + |y|$ .

#### 五、比率与比例 (ratio and proportion):

一个比率 ratio 可以表示成许多方式,例如:the ratio of 2 to 3 可以被表达为 2 to 3, 2:3, 或者  $\frac{2}{3}$ 。注意比率中项的顺序是重要的,即 2 to 3 和 3 to 2 不同。A proportion is a statement that two ratios are equal。例如:  $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$  是一个 proportion。

#### 六、百分比 (percent):

Percent means per hundred or number out of 100。

在考题中经常会问到从某一数量到另一数量百分比的增加或减少。首先算出增加或减少的量,然后除以原来的那个量,即“from”或“than”后面的量。

例: If the price of an item decrease from \$30 to \$24, what is the percent decrease in price?

$$(30 - 24) / 30 = 20\%$$

numerator  
denominator  
\$30

### 七、数的幂和根 (powers and roots of numbers):

$x^n$  意味着 the  $n$ th power of  $x$ 。例如: 64 is the 6th power of 2。 $\sqrt[n]{x}$  意味着 the  $n$ th root of  $x$ , 例如: 2 is a 6th root of 64。

注意: 平方根 square root。每个正数有两个平方根, 一个正的, 一个负的; 但是  $\sqrt{n}$  定义为

一个正数的平方是  $n$ , 即  $\sqrt{9} = 3$ ;  $\sqrt{x^2} = |x|$ ; cube root 指立方根。

### 八、描述统计 (descriptive statistics):

#### 1. 平均数 [Average or (arithmetic) mean]:

One of the most common statistical measures of the center of a list of data is the average, or (arithmetic) mean. The average of  $n$  numbers is defined as the sum of the  $n$  numbers divided by  $n$ .

For example, the average of 6, 4, 7, 10, and 4 is  $(6 + 4 + 7 + 10 + 4) / 5 = 6.2$

注意: GRE 和 GMAT 不会考查其他类型的平均值, 即使涉及也会给出运算公式, 如: geometric

average 几何平均数为  $n$  个数的乘积开  $n$  次方, 例如  $\sqrt[n]{abc}$ 。注意一个性质:  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

(当  $a, b$  相等时等号成立), 即算术平均数总是大于或等于几何平均数。

#### 2. 中数 (median):

To calculate the median of  $n$  numbers, first order the numbers from least to greatest; if  $n$  is odd, the median is defined as the middle number, while if  $n$  is even, the median is defined as the average of the two middle numbers. For the data 6, 4, 7, 10, 4, the numbers, in order, are 4, 4, 6, 7, 10, and the median is 6, the middle number. For the numbers 4, 6, 6, 8, 9, 12, the median is  $(6 + 8) / 2 = 7$ . Note that the mean of these numbers is 7.5.

The median of a set of data can be less than, equal to, or greater than the mean. Note that for a large set of data (for example, the salaries of 800 company employees), it is often true that about half of the data are less than the median and about half of the data are greater than the median; but this is not always the case, as the following data show

$$3, 5, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10$$

Here the median is 7, but only 2/15 of the data are less than the median.

若得到  $n$  个数的中数, 首先将数字由小至大排序, 如果  $n$  是奇数, 中数被定义为中间的那个数; 如果  $n$  是偶数, 中数被定义为中间两个数的平均值。

当个数  $n$  较大时, 中数指 50% 的线所通过的有序排列中的位置的那个数。

#### 3. 众数 (mode):

一组数中的众数是指出现频率最高的数。

例: the mode of 7, 9, 6, 7, 2, 1 is 7。

注意: 一组数中可以有超过一个众数, 把它们分别指出即可。

例: the list of 4, 4, 4, 6, 7, 8, 8, 11, 11, 11, 18 has two modes: 4, 11

4. 值域 (*range*):

*range* 是表明数的分布的量, 其被定义为最大值减最小值的差。

例: The range of  $-1, 7, 27, 27, 36$  is  $36 - (-1) = 37$

注意: Range 在一组数中仅依赖最大值和最小值两个量。

5. 标准方差 (*standard deviation*): 意义是平均数

One of the most common measures of dispersion is the *standard deviation*. Generally speaking, the greater the data are spread away from the mean, the greater the standard deviation. The standard deviation of  $n$  numbers can be calculated as follows: (1) find the arithmetic mean; (2) find the differences between the mean and each of the  $n$  numbers; (3) square each of the differences; (4) find the average of the squared differences; and (5) take the nonnegative square root of this average. Shown below is this calculation for the data 0, 7, 8, 10, 10, which have arithmetic mean 7.

$x$	$x - 7$	$(x - 7)^2$
0	-7	49
7	0	0
8	1	1
10	3	9
10	3	9
Total		68

$$\text{Standard deviation: } \sqrt{\frac{68}{5}} \approx 3.7$$

Notice that the standard deviation depends on every data value, although it depends most on values that are farthest from the mean. This is why a distribution with data grouped closely around the mean will have a smaller standard deviation than data spread far from the mean. To illustrate this, compare the data 6, 6, 6, 5, 7, 5, 9, which also have mean 7. Note that the numbers in the second set of data seem to be grouped more closely around the mean of 7 than the numbers in the first set. This is reflected in the standard deviation, which is less for the second set (approximately 1.1) than for the first set (approximately 3.7).

例: 求 3, 13, 17 的标准方差

$$\text{标准方差的计算公式为 } \sigma = \sqrt{\frac{(3-11)^2 + (13-11)^2 + (17-11)^2}{3}} = 5.89$$

求 6, 9, 23, 26 的标准方差

$$\sigma = \sqrt{\frac{(6-16)^2 + (9-16)^2 + (23-16)^2 + (26-16)^2}{4}} = 9.55$$

注意: 许多读者对标准方差计算公式中分母为  $n$  表示怀疑, 认为应当是  $n-1$ , 这种理解是不对的, 在计算几个固定数的 *standard deviation* 时, 分母一定为  $n$ 。只有当要计算的个数太大, 而从中随机选取一个样本 *sample* 来计算标准方差时, 分母才为  $n-1$ 。

6. 频率分布表 (*frequency distribution*):

*Frequency distribution* 用于展示以不同频率出现的数据。例如: 下图左边展示了 20 个数字, 而右边以频率分布图列出每个不同的值出现的频率。

-4	-1	-1	-5
0	-1	-5	-2
0	0	0	0
-3	-1	-2	0
-2	-4	0	-1

Data Value $x$	Frequency $f$
-5	2
-4	2
-3	1
-2	3
-1	5
0	7
Total	20

根据上面的频率分布图,分别计算 mean, median, mode, range 和 standard deviation

$$\text{mean} = \frac{(-5)(2) + (-4)(2) + (-3)(1) + (-2)(3) + (-1)(5) + (0)(7)}{20} = -1.6$$

$$\text{median} = \frac{(-1) + (-1)}{2} = (-1) \quad (\text{第 10th 和 11th 的算术平均值})$$

$$\text{mode} = 0 \quad (\text{出现频率最高的是 } 0, 7 \text{ 次})$$

$$\text{range} = 0 - (-5) = 5$$

$$\text{standard deviation} = \sqrt{\frac{(-5 + 1.6)^2(2) + (-4 + 1.6)^2(2) + \dots + (0 + 1.6)^2(7)}{20}} \approx 1.7$$

### 九、集合(sets):

算术中的集合是一组数或其他符号。其中的元素称之为 element。

假如  $S$  是一个有限数量元素的集合,那  $|S|$  被定义为元素的数目。

例:  $S = \{1, 8, 27\}$  则  $|S| = 3$

注:集合中元素的顺序 does not matter。

如果一个集合中的元素也是另一个集合中的元素,则称之为另一个集合的子集(subset)。

#### 1. 集合之间的关系(relationship between sets):

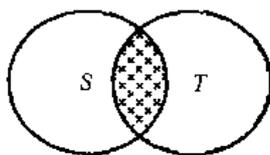
union; 并集。the union of set A and set B 指两集合中所有共同元素。  $A \cup B$

intersection; 交集。the intersection of set and set B 指两集合中的所有共同元素,  $A \cap B$

两个集合中没有共同元素称之为 disjoint or mutually exclusive。

#### 2. 维恩图(venn diagram):

集合关系可以用维恩图来表示。例如下面的图形表示: For two sets  $S$  and  $T$  that are not disjoint and neither of which is a subset of the other, the intersection  $S \cap T$  is represented by the shaded region of the diagram below.



This diagram illustrates a fact about any two finite sets  $S$  and  $T$ : the number of elements in their union equals the sum of their individual numbers of elements minus the number of elements in their intersection (since the latter are counted twice in the sum); more concisely,

$$|S \cup T| = |S| + |T| - |S \cap T|.$$

This counting method is called the general addition rule for two sets. As a special case, if  $S$  and  $T$  are disjoint, then

$$|S \cup T| = |S| + |T|$$

since  $|S \cap T| = 0$ .

例: 一个班有 50 名学生学英语, 30 名学生学法语, 同时学英语法语的学生有 10 名, 这个班上每个学生至少学英语或法语中的一门语言, 问一共有多少学生?

$$50 + 30 - 10 = 70$$

注意: GRE 中只会考查两个集合之间的关系, 但 GMAT 可能考查三个集合之间的运算, 所以须注意以下集合运算公式:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

例:  $A$  子集有 35 人,  $B$  子集有 30 人,  $C$  子集有 32 人,  $A$  与  $B$  的交集有 20 人,  $B$  与  $C$  的交集有 15 人,  $A$  与  $C$  的交集有 22 人,  $A, B, C$  的交集有 8 人, 求  $A, B, C$  共多少人?

解: 总集为  $35 + 30 + 32 - 20 - 15 - 22 + 8 = 48$

#### 十、计算方法 (counting methods):

There are some useful methods for counting objects and sets of objects without actually listing the elements to be counted. The following principle of multiplication is fundamental to these methods.

**If a first object may be chosen in  $m$  ways and a second object may be chosen in  $n$  ways, then there are  $mn$  ways of choosing both objects.**

As an example, suppose the objects are items on a menu. If a meal consists of one entree and one dessert and there are 5 entrees and 3 desserts on the menu, then  $5 \times 3 = 15$  different meals can be ordered from the menu. As another example, each time a coin is flipped, there are two possible outcomes, heads and tails. If an experiment consists of 8 consecutive coin flips, the experiment has  $2^8$  possible outcomes, where each of these outcomes is a list of heads and tails in some order.

· 阶乘 (factorial notation) 假如一个大于 1 的整数  $n$ , 计算  $n$  的阶乘被表示为  $n!$ , 被定义为从 1 至  $n$  所有整数的乘积。

例如:  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

注意:  $0! = 1! = 1$

#### · 排列 (permutations)

The factorial is useful for counting the number of ways that a set of objects can be ordered. If a set of  $n$  objects is to be ordered from 1st to  $n$ th, there are  $n$  choices for the 1st object,  $n - 1$  choices for the 2nd object,  $n - 2$  choices for the 3rd object, and so on, until there is only 1 choice for the  $n$ th object. Thus, by the multiplication principle, the number of ways of ordering the  $n$  objects is

$$n(n-1)(n-2)\cdots(3)(2)(1) = n!$$

For example, the number of ways of ordering the letters  $A, B,$  and  $C$  is  $3!$ , or 6:

$ABC, ACB, BAC, BCA, CAB,$  and  $CBA.$

These orderings are called the permutations of the letters A, B, and C. 也可以用  $P_3^3$  表示。从  $n$  个元素中选出  $k$  个元素, 排序的数目为:

$$P_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

例: 1, 2, 3, 4, 5 这 5 个数字构成不同 5 位数的总数为  $P_5^5 = 5! = 120$

### · 组合 (combination)

A permutation can be thought of as a selection process in which objects are selected one by one in a certain order. If the order of selection is not relevant and only  $k$  objects are to be selected from a larger set of  $n$  objects, a different counting method is employed. Specially consider a set of  $n$  objects from which a complete selection of  $k$  objects is to be made without regard to order, where  $0 \leq k < n$ . Then the number of possible complete selections of  $k$  objects is called the number of combinations of  $n$  objects taken  $k$  at a time and is  $C_n^k$ .

从  $n$  个元素中任选  $k$  个元素的数目为:

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

例: 从 5 个不同元素中任选 2 个的组合为  $C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = 10$

例: 从 1, 2, 3, 4, 5 这 5 个数字中选出 3 个数字组成 3 位数的所有可能是多少?

解:  $P_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$

### · 排列组合的一些特性 (properties of permutation and combination)

①  $C_n^m = C_n^{n-m}$  即:  $C_5^2 = C_5^3$   $C_7^3 = C_7^4$

② 加法原则 (Rule of Addition)

加法原则是指: 做某件事有  $x$  种方法, 每种方法中又有各种不同的解决方法。例如第一种方法中有  $y_1$  种方法, 第二种方法有  $y_2$  种方法, 等等, 第  $x$  种方法中又有  $y_x$  种不同方法, 每一种方法均可完成这件事, 即它们之间的关系用“or”表达, 那么一般使用加法原则, 即有  $y_1 + y_2 + \dots + y_x$  种方法。

例: 从 A 至 B, 由 A 可以通过 C 或 D 或 E 3 个城镇, 由 C 至 B 又有 3 条不同的路, 从 D 至 B 有 4 条不同的路, 由 E 到 B 有 2 条不同的路, 问由 A 至 B 一共有多少条不同的路?

解: 根据加法原则:  $3 + 4 + 2 = 9$

③ 乘法原则 (Rule of Multiplication)

乘法原则为: 完成一件事有  $x$  个步骤, 第一步中有  $y_1$  种方法, 第二步中有  $y_2$  个方法, ..., 第  $x$  步中有  $y_x$  种方法, 完成这件事一共有  $y_1 \cdot y_2 \cdot y_3 \cdot \dots \cdot y_x$  种方法。

例: 由 A 至 B 有 3 条路, 由 B 至 C 有 4 条路, 问由 A 至 B 到 C 共有多少条路?

解:  $3 \times 4 = 12$  条

总结: 在 GRE 和 GMAT 中, 排列组合不会考得很难。在涉及顺序时用排列即  $P_n^m$ , 在涉及选择时用组合即  $C_n^m$ 。有时考生会遇到几个数字构成几位数的考题, 需注意有时考题会限制首位数字不能是零, 如几个数字构成分机号、密码等, 就不存在首位数字是否为 0 的问题。同时在解排列组合题时, 需建立反向思维解题的习惯。如让你找出符合条件的可能, 你即可从总的可能中减去不符合条件的可能, 答案也就出来了。GRE 和 GMAT 均喜欢将简单的排列组合题

应用到日常生活中去,读者需体会如何正确使用排列组合的公式,注意以下几句话:

- 空间  $n$  个点构成的最大直线的数目
- 房间中  $n$  个人每人与其他每一人握一次手的数目
- $n$  个队伍两两进行比赛的数目

上面都表达了  $C_n^2$  这个简单组合用法,解这类题时,首先体会是否涉及前后顺序而选择使用排列或组合。

### 十一、概率(probability):

Many of the ideas discussed in the preceding three topics are important to the study of discrete probability. Discrete probability is concerned with experiments that have a finite number of outcomes. Given such an experiment, an event is a particular set of outcomes. For example, rolling a number cube with faces numbered 1 to 6 (similar to a 6-sided die) is an experiment with 6 possible outcomes: 1, 2, 3, 4, 5, or 6. One event in this experiment is that the outcome is 4, denoted  $\{4\}$ ; another event is that the outcome is an odd number:  $\{1, 3, 5\}$ .

#### Probability that an event occurs

The probability that an event  $E$  occurs, denoted by  $P(E)$ , is a number between 0 and 1, inclusive. If  $E$  has no outcomes, then  $E$  is impossible and  $P(E) = 0$ ; if  $E$  is the set of all possible outcomes of the experiment, then  $E$  is certain to occur and  $P(E) = 1$ . Otherwise,  $E$  is possible but uncertain, and  $0 < P(E) < 1$ . If  $F$  is a subset of  $E$ , then  $P(F) \leq P(E)$ . In the example of the six-sided cube, if the probability of each of the 6 outcomes is the same, then the probability of each outcome is  $\frac{1}{6}$ , and the outcomes are said to be equally likely. For experiments in which all of the individual outcomes are equally likely, the probability of an event  $E$  is

$$P(E) = \frac{\text{The number of outcomes in } E}{\text{The total number of possible outcomes}}$$

In the example, the probability that the outcome is an odd number is

$$P(\{1, 3, 5\}) = \frac{|\{1, 3, 5\}|}{6} = \frac{3}{6}$$

#### Probabilities for combined events

Given an experiment with events  $E$  and  $F$ , the following events are defined.

“not  $E$ ” is the set of outcomes that are not outcomes in  $E$ ;

“ $E$  or  $F$ ” is the set of outcomes in  $E$  or  $F$  or both, that is,  $E \cup F$ ;

“ $E$  and  $F$ ” is the set of outcomes in both  $E$  and  $F$ , that is,  $E \cap F$ .

The probability that  $E$  does not occur is  $P(\text{not } E) = 1 - P(E)$ . The probability that “ $E$  or  $F$ ” occurs is

$$P(E \text{ or } F) = P(E) + P(F) - P(E \text{ and } F),$$

using the general addition rule  $\{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)\}$ ; For the number cube, if  $E$  is the event that the outcome is an odd number,  $\{1, 3, 5\}$ , and  $F$  is the event that the outcome is a prime number,  $\{2, 3, 5\}$ , then  $P(E \text{ and } F) = P(\{3, 5\}) = \frac{2}{6}$ , and so

$$P(E \text{ or } F) = P(E) + P(F) - P(E \text{ and } F) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

Note that the event “E or F” is  $E \cup F = \{1, 2, 3, 5\}$ , and hence

$$P(E \text{ or } F) = \frac{|\{1, 2, 3, 5\}|}{6} = \frac{4}{6}$$

1. *Mutually exclusive events* (相互排斥的事件):

If the event “E and F” is impossible (that is,  $E \cap F$  has no outcome), the E and F are said to be mutually exclusive,  $P(E \text{ and } F) = 0$ , 即: 相互排斥的事件指两个事件永远不会同时发生。

例: 在 10 件产品中, 有 6 个正品和 4 个废品, 求任取一个球分别是正品和废品的概率是多少?

解: 在这 10 件产品中, 取正品概率为  $\frac{6}{10}$ , 取废品概率为  $\frac{4}{10}$ , 取出一个产品既是正品又是废品的概率为 0, 即 These two events are mutually exclusive events.

2. *Independent events*:

Two events A and B are said to be independent if the occurrence of either does not alter probability that other event occur.

即: 相互独立事件指两个事件 A 和 B 的发生无关, 不影响相互发生的概率。

$P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$  同时发生的概率为两个单个的概率乘积。

$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$  两者任一个发生的概率为两者单独发生的概率之和减去同时发生的概率。

例: 事件 A 发生的概率为 0.8, 事件 B 发生的概率为 0.7, 两者同时发生或两者任一发生的概率是多少?

$$P(A \text{ and } B) = 0.8 \times 0.7 = 0.56$$

$$P(A \text{ or } B) = 0.8 + 0.7 - 0.8 \times 0.7 = 0.94$$

注: 在 GRE 和 GMAT 考试中只考查两个事件是 independent, 即不会相互影响, 而不会考查条件概率, 即两事件是相互影响的。

例: Consider an experiment with events A, B, and C for which  $P(A) = 0.23$ ,  $P(B) = 0.40$ , and  $P(C) = 0.85$ . Also suppose that events A and B are mutually exclusive and events B and C are independent. Then

$$\begin{aligned} P(A \text{ or } B) &= P(A) + P(B) \quad (\text{since } A \text{ and } B \text{ are mutually exclusive}) \\ &= 0.23 + 0.40 \\ &= 0.63 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B \text{ or } C) &= P(B) + P(C) - P(B)P(C) \quad (\text{by independence}) \\ &= 0.40 + 0.85 - (0.40)(0.85) \\ &= 0.91 \end{aligned}$$

Note that  $P(A \text{ or } C)$  and  $P(A \text{ and } C)$  cannot be determined using the information given. But it can be determined that A and C are not mutually exclusive because  $P(A) + P(C) = 1.08$ , which is greater than 1, and therefore cannot equal  $P(A \text{ or } C)$ ; from this it follows that  $P(A \text{ and } C) \geq 0.08$ . One can also deduce that  $P(A \text{ and } C) \leq P(A) = 0.23$  since  $A \cap C$  is a subset of A, and that  $P(A \text{ or } C) \geq P(C) = 0.85$  since C is a subset of  $A \cup C$ . Thus, one can conclude that  $0.85 \leq P(A \text{ or } C) \leq 1$  and  $0.08 \leq P(A \text{ and } C) \leq 0.23$ .

## 3. 利用排列组合解概率题:

有些时候 GRE 和 GMAT 考查用排列组合解概率题, 否则数字太大不易解决。

例: 20 件产品中有 10 件次品, 每次取出 4 件, 这 4 件产品都是次品的概率有多大?

解: 取 4 件产品都是次品的数目为  $C_{10}^4$ , 从 20 件产品中任取 4 件产品的数目为  $C_{20}^4$ , 则概

$$\text{率为 } \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4} = \frac{210}{4845} = 4.3\%$$

例: 世界杯比赛共 32 支队, 分为 8 组, 每组 4 个队, 每组前 2 名出线, 进行成对淘汰赛至决出冠军, 且被淘汰队不再参加比赛, 从中任选 1 场比赛观看, 是半决赛的概率有多大?

解: 世界杯比赛共  $8 \cdot C_4^2 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63$ , 而半决赛共 2 场, 所以任选 1 场比赛观看是半决赛的概率为  $\frac{2}{63}$ 。

## 4. 概率中的难题:

GMAT 在计算机考试中会出现一些相对较难的概率题, 许多 GMAT 考生, 特别是文科考生会遇见一些困难, 而 GRE 同样面临着变难的趋势。在智能化的计算机考试中, 若答题一直正确, 则会不断加大难度, 由最近几年 GMAT 的趋势来看, 难题主要体现在概率及排列组合中, 所以 GRE 考生同样需了解概率题的出题模式。

例 1. 有 4 对男女, 每对中有 1 男 1 女, 从每对中选出 1 人, 选出 2 男 2 女的概率是多少?

解: 这是几位新东方老师闲聊时提到的一个题目, 据说来自于 GMAT 机考真题。许多考生不知如何求解, 其实解这类考题是分步进行的。如本题首先考虑从 1 对中选出一个男性的概率是 0.5, 从另 1 对中选出一个男性概率也为 0.5, 从剩下 2 对中各选出一个女性的概率也为 0.5, 而到底哪 2 对中选出的男性呢? 有  $C_4^2$  种可能, 所以概率为  $C_4^2 \cdot (0.5)^4 = \frac{3}{8}$

例 2. 一个人掷飞标, 其击中靶心的概率为 0.7, 这个人连续掷 4 次飞标, 有 2 次击中靶心的概率是多少?

解: 本题同上例: 2 次击中靶心的概率为 0.7, 0.7, 而剩下 2 次未击中靶心, 概率分别为 0.3, 0.3, 而到底哪 2 次击中靶心呢, 可能是第 1 次, 第 2 次, 也可能是第 3 次, 第 4 次, 那么共  $C_4^2$  种可能, 则概率为  $C_4^2 \times 0.7 \times 0.7 \times 0.3 \times 0.3 = 26.5\%$ 。

此种概率均为独立重复试验发生的概率。如果在一次试验中, 某事件发生的概率是  $P$ , 那么在  $n$  次独立重复试验中这个事件恰好发生  $k$  次的概率为:

$$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{(n-k)}$$

例 3. 有 5 个白色珠子和 4 个黑色珠子, 任取 3 个珠子, 这 3 个珠子中至少有 1 个是黑色的概率有多大?

解: 本题可以分步解: ①取出 1 个黑色珠子的概率:  $\frac{C_4^1 \cdot C_5^2}{C_9^3} = \frac{4 \times 10}{84} = \frac{10}{21}$

$$\text{②取出 2 个黑色珠子的概率: } \frac{C_4^2 \cdot C_5^1}{C_9^3} = \frac{6 \times 5}{84} = \frac{5}{14}$$

$$\text{③取出 3 个黑色珠子的概率: } \frac{C_4^3 \cdot C_5^0}{C_9^3} = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$$

所以概率为:  $\frac{10}{21} + \frac{5}{14} + \frac{1}{21} = \frac{37}{42}$

也可以排除取的都不是黑色珠子的概率,即全取的是白色珠子:  $1 - \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{37}{42}$

例 4. 有 3 个打字员为 4 家公司服务,如果 4 家公司各有 1 份文件要录入,他们只能找这 3 个打字员录入,且各公司对打字员的选择是随机的。问每个打字员都收到文件的概率是多少?

解:每家公司将文件给 3 个打字员中的任 1 个有 3 种可能,4 家公司共有  $3^4$  种可能。而每个打字员都收到文件的总可能性分析为:这 3 个打字员中必有 1 人获得 2 份文件,其他 2 人各获得 1 份文件,获得 2 份文件的人可以是 3 人中任一个  $C_3^1$ ,这 2 份文件为 4 份文件中的任 2 个  $C_4^2$ ,而剩余 2 人各获得剩余 2 个文件中的 1 个  $P_2^2$ ,所以每个打字员都收到文件的概率为:  $P = \frac{C_3^1 C_4^2 P_2^2}{3^4} = \frac{36}{81}$

例 5. 从 15 个人中选择 5 个人,且有 3 个人不能同时选择,问有多少种选择方法?

解:从 15 人中任选择 5 人的次数为  $C_{15}^5$ ,而除去 3 个人被同时被选择的可能为  $C_{12}^2$ ,因为该 3 人被同时选择,那么从剩下 12 人中任选择 2 人。那么选择方法为:  $C_{15}^5 - C_{12}^2 = 2937$

例 6. 从 0 至 9 这 10 个数中,先取一个数,记下其值后再把它放回去,再取一个数记下其值,问当这两个值相加为 8 时,出现过 5 的概率?

解:取出的两个值相加为 8 的可能性有 0,8;1,7;2,6;3,5;4,4;且前 4 对出现的可能为各 2 次。因为取出一个数记下其值后再放回,则可能第一次取出为 8,第二次取出为 0,也可能第一次取出为 0,第二次取出为 8,则前 4 对出现的可能性为各 2 次,而第 5 对 4,4 出现的可能性为 1 次。则取出的 2 个数的和为 8 的总次数有 9 次,其中出现 5 的次数为 2 次,则其概率为  $\frac{2}{9}$ 。

例 7. 两个骰子,六面的值分别为 1,2,3,4,5,6,投掷这两个骰子,问其中一个骰子的值比另一个的值大 4 的概率为多少?

解:一个骰子的值比另一个骰子的值大 4 的可能性有 5,1;6,2;两种可能,但两个骰子的值相差 4 的总可能为  $2 \times 2 = 4$  次,因为两个骰子可以分别为 1,5 或 5,1。而骰子掷出的点的组合总的可能性为  $6 \times 6 = 36$ 。则一个骰子比另一个骰子大 4 的概率为:  $\frac{2 \times 2}{6 \times 6} = \frac{1}{9}$

例 8. 4 对夫妇,从中任意选择出 3 人组成一个小组,不能从任一对夫妇中同时选择两人,问符合选择条件的概率是多少?

解:从 1 对夫妇中任选择出 1 人的次数为  $C_2^1 = 2$ ,3 对夫妇每对中任选择出 1 人的总次数为  $(C_2^1)^3$ ,而 4 对中任选出 3 对夫妇的次数为  $C_4^3$ ,则总次数为  $C_4^3 (C_2^1)^3 = 32$

则概率为  $\frac{C_4^3 (C_2^1)^3}{C_8^3} = \frac{32}{56} = 57\%$

本题的另一种解法为:从 8 人中任取 3 人的总次数为  $C_8^3 = 56$ ,而排除从 4 对夫妇中任选择 1 对夫妇,而从剩下 6 人中任选 1 人的次数为  $C_6^1 \cdot C_4^1 = 24$ ,则总次数为  $56 - 24 = 32$ 。同理求得符合条件的概率。

附:Expressions (基本概念及符号表达)

1. Equity 相等 “=”

is equal to; is the same as; the result is;

yields; gives; is

例如“8 is 5 more than 3”,  $8 = 5 + 3$

## 2. Addition 加法“+”

$A + B$ : the sum of  $A$  and  $B$ , the total of  $A$  and  $B$ ,

$A$  added to  $B$ ,  $A$  increased by  $B$ ,

$A$  more than  $B$ ,  $A$  greater than  $B$ .

例: How many “+” added to the nine numbers below can make the result is 99? (Adjacent numbers can form a two-digit number)

1 2 3 4 5 6 7 8 9

(A)8 (B)6 (C)5 (D)4 (E)3

解: 本题意为多少个加号加入 1 至 9 的数字中, 可以使结果为 99, 显然  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ , 则需相邻两个数字构成两位数, 但不能构成 89, 78, 因为若构成这两个数, 则结果不可避免地大于 99, 则:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 99$$

但答案中没有 7 个加号的选择, 则继续试下去得到:

$$12 + 3 + 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 99$$

$$1 + 23 + 45 + 6 + 7 + 8 + 9 = 99$$

则 6 个加号可按上述两种方式得到结果为 99, 则(B) is correct.

## 3. subtraction 减法“-”

$A - B$ :  $A$  minus  $B$ ,  $A$  less  $B$ ,

the difference of  $A$  and  $B$ , from  $A$  subtract  $B$ ,

$A$  take away  $B$ ,  $A$  decreased by  $B$ ,

$A$  diminished by  $B$ ,  $B$  is subtracted from  $A$ ,

$B$  less than  $A$

## 4. Multiplication 乘法“×”

$A \times B$ :  $A$  multiplied  $B$ , the product of  $A$  and  $B$

注: multiplicand 被乘数, multiplier 乘数, product 积, coefficient 系数

## 5. Division 除法“÷”

$A \div B$ :  $A$  divided by  $B$ , the quotient of  $A$  and  $B$

注: dividend 被除数, divisor 除数, quotient 商, remainder 余数

## 6. 分数的表达

英文中分数表达为分子用基数词(cardinal), 分母用序数词(ordinal), 例如  $\frac{1}{3}$  可以表达为 a third, one third; 当分子大于 1 时, 分母需加“s”。例如  $\frac{3}{4}$  可以表达为 three fourths, 同样也可以表达为 fourths of three 或者 three over four。

$\frac{8}{3}$ : eight thirds, thirds of eight, eight over three

## 第二节 代数 (Algebra)

GRE 和 GMAT 中代数所考查的内容不超过中国初中数学所学习的内容, 读者主要学习代数中各种概念的英文表达方式。

### 一、变量和代数表达 (variables and algebraic expression):

Algebra is based on the operations of arithmetic and on the concept of an unknown quantity, or **variable**. Letters such as  $x$  or  $n$  are used to represent unknown quantities. For example, suppose Pam has 5 more pencils than Fred has. If  $F$  represents the number of pencils that Fred has, then the number of pencils that Pam has is  $F + 5$ . As another example, if Jim's present salary  $S$  is increased by 7%, his new salary is  $1.07S$ . A combination of letters and arithmetic operations, such as

$$F + 5, \quad \frac{3x^2}{2x - 5} \quad \text{and} \quad 19x^2 - 6x + 3$$

is called an algebraic expression

The expression  $19x^2 - 6x + 3$  consists of the terms  $19x^2$ ,  $-6x$ , and  $3$ , where 19 is the coefficient of  $x^2$ ,  $-6$  is the **coefficient** of  $x^1$ , and 3 is a **constant term** (or coefficient of  $x^0 = 1$ ). Such an expression is called a second degree (or quadratic) polynomial in  $x$  since the highest power of  $x$  is 2. The expression  $F + 5$  is a first degree (or linear) polynomial in  $F$  since the highest power of  $F$  is 1. The expression  $\frac{3x^2}{2x - 5}$  is not a polynomial because it is not a sum of terms that are each powers of  $x$  multiplied by coefficients.

Coefficient  $n$ . 系数      Constant term  $n$ . 常数项

Polynomial  $n$ . 多项式      Quadratic *adj.* 二次的 (= second degree)

### 二、方程 (equations):

A major focus of algebra is to solve equations involving algebraic expressions. Some examples of such equations are

$$5x - 2 = 9 - x \quad (\text{a linear equation with one unknown})$$

$$3x + 1 = y - 2 \quad (\text{a linear equation with two unknowns})$$

$$5x^2 + 3x - 2 = 7x \quad (\text{a quadratic equation with one unknown})$$

$$\frac{x(x-3)(x^2+5)}{x-4} = 0 \quad (\text{an equation that is factored on one side with 0 on the other}).$$

方程的解 (solution) 指满足方程的值, 也可以称作 the roots of the equation。读者需记住二次方程的求根公式 (quadratic formula)。

If  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ), the roots are:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

例:  $x^2 - 7x + 8 = 0$  则  $a = 1, b = -7, c = 8$ , 则

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \times (1)(8)}}{2 \times 1} \quad x \approx 5.6 \quad x \approx 1.4$$

二次方程的求解在一些情况下可以使用十字相乘法求解。如对于  $ax^2 + bx + c = 0$  可以分解为  $(a_1x + c_1)(a_2x + c_2) = 0$ , 其中  $a_1 \cdot a_2 = a$ ;  $c_2a_1 + c_1a_2 = b$ ;  $c_1 \cdot c_2 = c$ 。例如  $x^2 + 2x - 3 = 0$  可以分解为  $(x - 1)(x + 3) = 0$ , 则  $x_1 = 1, x_2 = -3$ 。注意以下两个简单公式在二次方程的求解中的应用:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

对于二元一次方程的求解应采用消元法, 如下述的二元一次方程:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & \text{①} \\ a_2x + b_2y = c_2 & \text{②} \end{cases}$$

将方程①变为  $x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1}$  代入方程②, 从而求得  $y$ , 再将  $y$  代入①或②中求得  $x$ 。

$$\text{例: } \begin{cases} 2x + 7y = 12 & \text{①} \\ 3x + 4y = 5 & \text{②} \end{cases}$$

将方程①  $\times 3$  减去方程②  $\times 2$  得  $13y = 26$ , 得  $y = 2$ , 将  $y$  代入方程 1 或方程 2 得  $x = -1$

### 三、幂的运算 (rules of exponents):

Rule 1:  $(x^r)(x^s) = x^{(r+s)}$  for example,  $(2^2)(2^3) = 2^{(2+3)} = 2^5 = 32$ .

Rule 2:  $\frac{x^r}{x^s} = x^{(r-s)}$  for example,  $\frac{4^5}{4^2} = 4^{5-2} = 4^3 = 64$ .

Rule 3:  $(x^r)(y^r) = (xy)^r$  for example,  $(3^3)(4^3) = 12^3 = 1,728$ .

Rule 4:  $\left(\frac{x}{y}\right)^r = \frac{x^r}{y^r}$  for example,  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$ .

Rule 5:  $(x^r)^s = x^{rs} = (x^s)^r$  for example,  $(x^3)^4 = x^{12} = (x^4)^3$ .

Rule 6:  $x^{-r} = \frac{1}{x^r}$  for example,  $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ .

Rule 7:  $x^0 = 1$  for example,  $6^0 = 1$ .

Rule 8:  $x^{\frac{r}{s}} = (x^{\frac{1}{s}})^r = (x^r)^{\frac{1}{s}} = \sqrt[s]{x^r}$  for example,  $8^{\frac{2}{3}} = (8^{\frac{1}{3}})^2 = (8^2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$  and  $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$

It can be shown that rules 1 - 6 also apply when  $r$  and  $s$  are not integers and are not positive, that is, when  $r$  and  $s$  are any real numbers.

### 四、不等式 (inequalities):

不等式是指使用“ $\neq$ ”, “ $>$ ”, “ $<$ ”, “ $\geq$ ”, “ $\leq$ ”符号的表达, 例如  $5x - 3 < 9$  等。

注意: “ $\leq$ ”表示小于或者等于, 同理“ $\geq$ ”表示大于或者等于。对于诸如:  $5 \geq 5, 7 \geq 3, 2 \leq 4$  都是成立的不等式。

线性不等式的解法(solving linear inequalities):

Solving a linear inequality with one unknown is similar to solving an equation; the unknown is isolated on one side of the inequality. As in solving an equation, the same number can be added to or subtracted from both sides of the inequality, or both sides of an inequality can be multiplied or divided by a positive number without changing the truth of the inequality. However, multiplying or dividing an inequality by a negative number reverses the order of the inequality. For example,

$$6 > 2, \text{ but } (-1)(6) < (-1)(2).$$

例:  $\frac{5x-1}{-2} < 3 \Rightarrow 5x-1 > -6 \Rightarrow 5x > -5 \Rightarrow x > -1$

一些不等式的重要性质:

1. 若  $a > b, c > d$ , 则  $a + c > b + d$ , 但若  $a > b, c > b, a + c > b$  吗? 读者自己体会。
2. 若  $a > b > 0$ , 且  $n > 1$  为整数, 则  $a^n > b^n$ , 若  $a^{\frac{1}{n}} > b^{\frac{1}{n}}$  呢? 这是成立的。
- √3. 若  $a < b$  则  $a + n/b + n > a/b(n > 0)$ , 若  $n < 0$  呢?
4. 若  $|x| < a$ , 则  $-a < x < a$

$|x| > b$ , 则  $x > b$  或  $x < -b$

对于上面提出的两个问题, 在性质 1 中, 若  $a > b, c > b, a + c$  未必大于  $b$ , 因为正负

未定, 在性质 3 中提出的问题, 若  $n < 0$  则  $\frac{a+n}{b+n} < \frac{a}{b} (b > a > 0)$

对于带有绝对值的不等式, 当绝对值符号展开时, 需写清不等式的范围, 例如:

$|x-3| < 2 \Rightarrow -2 < x-3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$ ; 再如  $|x-5| > 7$  可以得到

$x-5 > 7$  和  $x-5 < -7$  这两个不等式得到  $x > 12$  或者  $x < -2$

## 五、函数 (Functions):

An algebraic expression in one variable can be used to define a function of that variable. A function is denoted by a letter such as  $f$  or  $g$  along with the variable in the expression. For example, the expression  $x^3 - 5x^2 + 2$  defines a function  $f$  that can be denoted by

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2$$

The expression  $\frac{2z+7}{\sqrt{z+1}}$  defines a function  $g$  that can be denoted by

$$g(z) = \frac{2z+7}{\sqrt{z+1}}$$

Once a function  $f(x)$  is defined, it is useful to think of the variable  $x$  as an input and  $f(x)$  as the corresponding output. A given expression defines a function if there is no more than one output for a given input. However, more than one input can give the same output; for example, if  $h(x) = |x+3|$ , then  $h(-4) = 1 = h(-2)$ .

### • 函数的表示法 (function notation):

The symbols " $f(x)$ " or " $g(z)$ " do not represent products; each is merely the symbol for an expression, and is read " $f$  of  $x$ " or " $g$  of  $z$ ". Function notation provides a short way of writing the result of substituting a value for a variable. If  $x = 1$  is substituted in  $f(x) = x^3$

$-5x^2 + 2$ , the result can be written  $f(1) = -2$ , and  $f(1)$  is read the "value of  $f$  at  $x = 1$ ." Similarly, if  $z = 0$  is substituted in the second expression, the value of  $g$  at  $z = 0$  is  $g(0) = 7$ .  $f(x)$ ,  $g(z)$  仅仅是表达函数的符号, 函数还可以以其他方式来表达。

在 GRE 和 GMAT 考试中经常给出一些特殊符号来定义各种函数。如:  $x \triangle y = x^2 - y^2$ , 那么此  $\triangle$  表达了  $x$  与  $y$  之间的运算关系, 例如:  $5 \triangle 4 = 5^2 - 4^2 = 9$ , 再如  $x^* = \frac{1}{x}$ , 则  $((\frac{1}{3})^*)^* = (3^*)^* = (\frac{1}{3})^* = 3$

#### ·函数的定义域(domain of a function):

指函数中变量所有可允许的值。例如  $f(x) = \frac{7}{\sqrt{x+1}}$ , 则  $x > -1$  指 the domain of the function。另外函数的定义域可以规定出, 例如对于  $f(x) = 8x - 7$  可以规定  $1 \leq x \leq 8$ 。

### 六、数列(Sequence):

A function may be defined only for input values that are the positive integers, and possibly 0, For example,

$$a(n) = n^2 + \frac{n}{5} \text{ for } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Such a function is called a sequence and  $a(n)$  is denoted by  $a_n$ . The value of the sequence  $a_n$  at  $n = 3$  is

$$a_3 = 3^2 + \frac{3}{5} = 9.6$$

As another example, consider the sequence defined by  $b_n = (-1)^n(n!)$  for  $n = 1, 2, 3, \dots$ . A sequence like this is often indicated by listing its values in the order  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$  as follows:

$$-1, 2, -6, \dots, (-1)^n(n!), \dots,$$

and  $(-1)^n(n!)$  is called the  $n$ th term of the sequence.

在 GMAT 和 GRE 数学中均涉及了等差数列的内容, 而 GMAT 中考查过等比数列, 所以读者需了解这两种数列的通项公式和求和公式

#### ·Arithmetic sequence 等差数列:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$d$  为公差,  $a_1$  为第一项,  $a_n$  为第  $n$  项。

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$

例: 某数列特性为后一数字比前一数字大 3, 如前三项为 1, 4, 7, 那么该数列第 50 项至 80 项的和是多少?

解: 由题意  $d = 3$   $a_1 = 1$  则

$$\begin{aligned} S_{50-80} &= S_{80} - S_{49} = (80 \times 1 + \frac{80(80-1)}{2} \cdot 3) - (49 \times 1 + \frac{49(49-1)}{2} \cdot 3) \\ &= 5983 \end{aligned}$$

有时 GRE 中也给出其他类型的数列, 例如:  $a_n = (-1)^n(n!)$ , 则前五项和为多少?

$$a_1 = -1, a_2 = 2, a_3 = -6, a_4 = 24, a_5 = -120$$

$$\text{则 } -1 + 2 - 6 + 24 - 120 = -101$$

• **Geometric Sequence** 等比数列:

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$a_1$  为第 1 项,  $q$  为公比

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

例: 某一数列中, 第  $n$  个数总是第  $n-1$  个数的 3 倍, 若  $a_1 = 2$ , 则  $a_5$  是多少? 前六项的和是多少?

解: 利用通项公式  $a_1 = 2, q = 3, a_5 = a_1 \cdot q^{5-1} = 2 \cdot 3^{5-1} = 162$

$$S_6 = \frac{2(1 - 3^6)}{1 - 3} = 728$$

注意: GRE 及 GMAT 涉及数列这一概念时均使用 *sequence*, 而数学中有时也使用 *progression* 表示数列, 读者须注意这一表达方式。

### 第三节 几何 (Geometry)

The geometry section is limited primarily to measurement and intuitive geometry or spatial visualization. Extensive knowledge of theorems and the ability to construct proofs, skills that are usually developed in a formal geometry course, are not tested.

#### 一、直线和角度 (lines and angles):

In geometry, the word "line" refers to a straight line that extends without and in both directions.



The line above can be referred to as line  $PQ$  or line  $l$ . The part of the line from  $P$  to  $Q$  is called a line segment.  $P$  and  $Q$  are the endpoints of the segment. The notation  $PQ$  is used to denote both the segment and the length of the segment. The intention of the notation can be determined from the context.

line segment 线段 endpoint 端点

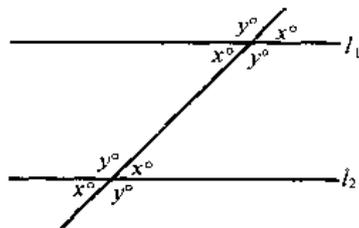
两条直线相交 (intersect), 所形成的角称为对顶角 (vertical angel), 且对顶角相等。180° 的角被称为平角 (straight angle), 小于 90° 的角被称为锐角 (acute angel), 大于 90° 而小于 180° 的角被称为钝角 (obtuse angel), 等于 90° 的角被称为直角 (right angel)。

#### · 平行线 (parallel lines)

If two lines that are in the same plane do not intersect, the two lines are parallel. In the figure



lines  $l_1$  and  $l_2$  are parallel, denoted by  $l_1 \parallel l_2$ . If two parallel lines are intersected by a third line, as shown below, the angle measures are related as indicated, where  $x + y = 180$ .



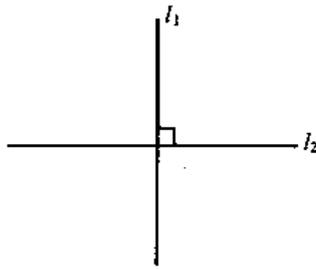
平行线的性质 · 同位角相等

· 内错角相等

· 同旁内角互补

If two lines intersect at right angles, the lines are perpendicular. For example:

$l_1$  and  $l_2$  below are perpendicular, denoted by  $l_1 \perp l_2$ .



A right angle symbol in an angle of intersection indicates that the lines are perpendicular.

## 二、多边形(凸)[polygons (convex)]:

A polygon is a closed plane figure formed by three or more line segments, called the sides of the polygon. Each side intersects exactly two other sides at their endpoints. The points of intersection of the sides are vertices. The term "polygon" will be used to mean a convex polygon, that is, a polygon in which each interior angle has a measure of less than  $180^\circ$ .

The following figures are polygons:



The following figures are not polygons:



side  $n$ . 边 vertices  $n$ . 顶点 triangle  $n$ . 三角形

quadrilateral  $n$ . 四边形 pentagon  $n$ . 五边形 hexagon  $n$ . 六边形

多边形的内角和为  $(n-2)180^\circ$ , 正多边形的各内角角度为  $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ , 正六边形中对角线的长度为边长的 2 倍。

## 三、三角形(triangle):

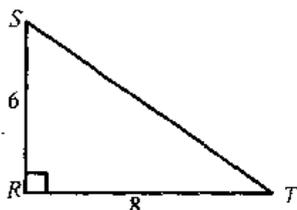
- 三角形两边之和大于第三边
- 三角形两边之差小于第三边
- 大边对大角
- 三角形的一个外角是其不相邻的两个内角之和。

1. 等边三角形(equilateral triangle): 三条边相等且三个内角均为  $60^\circ$

2. 等腰三角形(isosceles triangle): 至少有两条边相等, 两腰所夹的顶点到底边的垂线垂直平分底边

3. 直角三角形和勾股定理(Right angles and the Pythagorean theorem)

A triangle that has a right angle is a right triangle. In a right triangle, the side opposite the right angle is the hypotenuse, and the other two sides are the legs. An important theorem concerning right triangles is the Pythagorean theorem, which states: In a right triangle, the square of the length of the hypotenuse is equal to the sum of the squares of the lengths of the legs.



In the figure above,  $\triangle RST$  is a right triangle, so  $(RS)^2 + (RT)^2 = (ST)^2$ . Here,  $RS = 6$  and  $RT = 8$ , so  $ST = 10$ , since  $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = (ST)^2$  and  $ST = \sqrt{100}$ . Any triangle in which the lengths of the sides are in the ratio 3:4:5 is a right triangle. In general, if  $a$ ,  $b$ , and  $c$  are the lengths of the sides of a triangle and  $a^2 + b^2 = c^2$ , the triangle is a right triangle.

**hypotenuse**  $n$ . 斜边 **leg**  $n$ . 直角边

注意:其他两角为  $30^\circ$  和  $60^\circ$  的直角三角形的边长比例关系为  $\sqrt{3}:1:2$

其他两角均为  $45^\circ$  的直角三角形的边长比例关系为  $1:1:\sqrt{2}$

边长为 3,4,5;边长为 6,8,10;边长为 5,12,13 及边长为 7,24,25 的三角形均构成直角三角形。

#### 4. 三角形的面积(Area of a triangle)

The altitude of a triangle is the segment drawn from a vertex perpendicular to the side opposite that vertex. Relative to that vertex and altitude, the opposite side is called the base.

The area of a triangle is equal to :  $\frac{(\text{the length of the altitude}) \times (\text{the length of the base})}{2}$

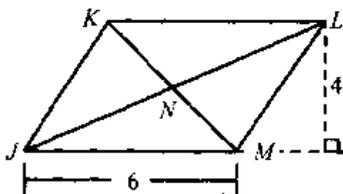
**altitude**  $n$ . 高 **base**  $n$ . 底

三角形的面积还可以用一特殊公式求解,即知道三边边长即可求解其面积。设三边边长为  $a, b, c$ , 设  $s = 1/2(a + b + c)$ , 则三角形面积为:

$$S_{\triangle} = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)s}$$

#### 四、四边形(quadrilaterals)

A polygon with four sides is a quadrilateral. A quadrilateral in which both pairs of opposite sides are parallel is a parallelogram. The opposite sides of a parallelogram also have equal length.



In parallelogram  $JKLM$ ,  $JK \parallel LM$  and  $JK = LM$ ;  $KL \parallel JM$  and  $KL = JM$ .

The diagonals of a parallelogram bisect each other (that is,  $KN = NM$  and  $JN = NL$ ).

The area of a parallelogram is equal to

(the length of the altitude)  $\times$  (the length of the base).

The area of  $JKLM$  is equal to  $4 \times 6 = 24$ .

**diagonal**  $n$ . 对角线(平行四边形的对角线互相平分)

#### • Rectangles and square 长方形和正方形

A parallelogram with right angles is a rectangle, and a rectangle with all sides of equal length is a square.

注意:正方形是长方形的子集,长方形又是平行四边形的子集,所以也可以将正方形称之为平行四边形。同理,等边三角形是等腰三角形的一个子集。

#### •Trapezoids 梯形

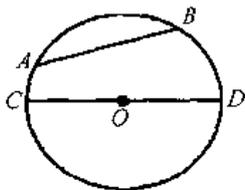
两个边平行的四边形称为梯形,其面积为  $\frac{1}{2}(\text{sum of bases})(\text{height})$

#### •Rhombus 菱形

四个边均相等的平行四边形为菱形。其对角线垂直平分,其面积可由  $1/2$  的对角线乘积得到。

### 五、圆(circle):

A **circle** is a set of points in a plane that are all located the same distance from a fixed point (the center of the circle). A **chord** of a circle is a line segment that has its endpoints on the circle. A chord that passes through the center of the circle is a **diameter** of the circle. A **radius** of a circle is a segment from the center of the circle to a point on the circle. The words "diameter" and "radius" are also used to refer to the lengths of these segments.



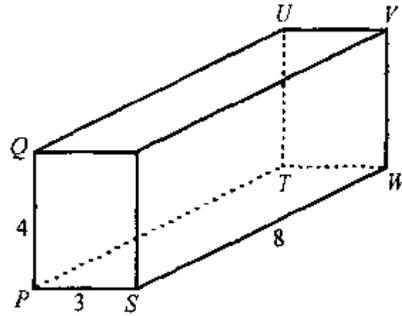
$O$  is the center of the circle.  $AB$  and  $CD$  are chords,  $OC$  and  $OD$  are radii, and  $CD$  is a diameter.

chord  $n$ . 弦 diameter  $n$ . 直径 circumference  $n$ . 周长 radius  $n$ . 半径

- Circumference of a circle 圆的周长:  $2\pi r$  or  $\pi d$  ( $r$  指半径,  $d$  指直径)
- Area of a circle 圆的面积:  $\pi r^2$
- Tangent to a circle: 一条直线与圆只有一个交点称为与圆相切,那一点叫作 point of tangency 切点。
- Polygons and circles: 如果一个多边形每个顶点都在一个圆上, this polygon is inscribed in the circle and the circle is circumscribed about the polygon. 假如一个多边形每条边都与圆周相切 the polygon is circumscribed about the circle and the circle is inscribed in the polygon, 即内接外边形和外切多边形。
- Properties of circles: 圆中同一段弧所对的圆心角是圆周角的两倍。  
圆中内接三角形如有一边为直径,那么这个三角形为直角三角形。

### 六、长方体和圆柱体(Rectangular solids and cylinders):

A **rectangular solid** is a three-dimensional figure formed by six rectangular surfaces, as shown below. Each rectangular surface is a **face**. Each solid or dotted line segment is an **edge**, and each point at which the edges meet is a **vertex**. A rectangular solid has six faces, twelve edges, and eight vertices. Opposite faces are parallel rectangles that have the same dimensions. A rectangular solid in which all edges are of equal length is a **cube**.



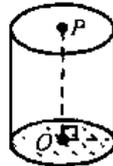
face  $n$ . 面 edge  $n$ . 边 vertex  $n$ . 顶点 cube  $n$ . 立方体

注意: dimension 意指“维”, 诸如 three-dimensional 指“三维”, 当用于表示图形时, 指图形的长、宽或长宽高。the same dimensions 指两个图形的长宽相等。

假如长方体的边长为  $a, b, c$ , 则:

长方体的体积 = length  $\times$  width  $\times$  height =  $abc$

长方体的面积 =  $2(ab + bc + ac)$

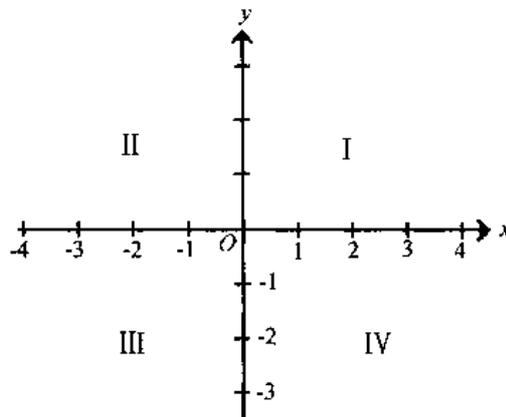


The figure above is a right circular cylinder. The two bases are circles of the same size with centers  $O$  and  $P$ , respectively, and altitude (height)  $OP$  is perpendicular to the bases. The surface area of a right circular cylinder with a base of radius  $r$  and height  $h$  is equal to  $2(\pi r^2) + 2\pi rh$  (the sum of the areas of the two bases plus the area of the curved surface).

The volume of a cylinder is equal to  $\pi r^2 h$

七、坐标几何 (Coordinate Geometry):

· 坐标平面 (Coordinate plane)



The figure below shows the (rectangular) coordinate plane.

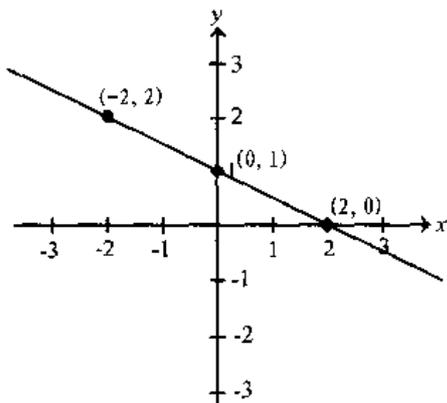
The horizontal line is called the  $x$ -axis and the perpendicular vertical line is called the  $y$ -axis. The point at which these two axes intersect, designated  $O$ , is called the origin. The axes divide the plane into four quadrants, I, II, III, and IV, as shown.

quadrant  $n$ . 象限  $x$ -coordinate  $n$ .  $x$  轴坐标  $y$ -coordinate  $n$ .  $y$  轴坐标

horizontal line 称为  $x$ -axis,  $x$  轴 perpendicular line 称为  $y$ -axis,  $y$  轴

### • 直线的斜率和截距 (slope and intercepts of a line)

In the equation of a line  $y = mx + b$ , the coefficient  $m$  is the slope of the line and the constant term  $b$  is the  $y$ -intercept of the line. For any two points on the line, the slope is defined to be the ratio of the difference in the  $y$ -coordinates to the difference in the  $x$ -coordinates. Using  $(-2, 2)$  and  $(2, 0)$  above, the slope is



$$\frac{\text{The difference in the } y\text{-coordinates}}{\text{The difference in the } x\text{-coordinates}} = \frac{0 - 2}{2 - (-2)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

一条直线方程  $y = ax + b$ , 系数 coefficient  $a$  是直线的斜率, 常数项 constant term  $b$  是  $y$  轴的截距  $y$ -intercept。斜率由两点  $y$  坐标的差除以  $x$  坐标的差。 $x$ -intercept 可以通过设  $y = 0$  解得  $x$ , 利用上图中的直线为  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ , 斜率为  $-\frac{1}{2}$ ,  $y$  轴截距为 1,  $x$  轴截距为 2。

### • 由两点求直线方程 (Equation of a line given any two points)

Given any two points  $x_1, y_1$  and  $x_2, y_2$  with  $x_1 \neq x_2$ , the equation of the line passing through these points can be found by applying the definition of slope. Since the slope is  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , then using a point known to be on the line, say  $(x_1, y_1)$ , any point  $(x, y)$  on the

line must satisfy  $\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$ , or  $y - y_1 = m(x - x_1)$ . (Using  $(x_2, y_2)$  as the known point would yield an equivalent equation.)

例: 已知两点为  $(-2, 4)$  和  $(3, -3)$ , 则斜率  $\text{slope} = \frac{-3 - 4}{3 - (-2)} = \frac{-7}{5}$ , 则直线方程为:

$$y - (-3) = -\frac{7}{5}(x - 3) \quad y = -\frac{7}{5}x + \frac{6}{5}$$

### • 二次多项式函数和坐标平面 (Quadratic polynomial functions and the coordinate plane)

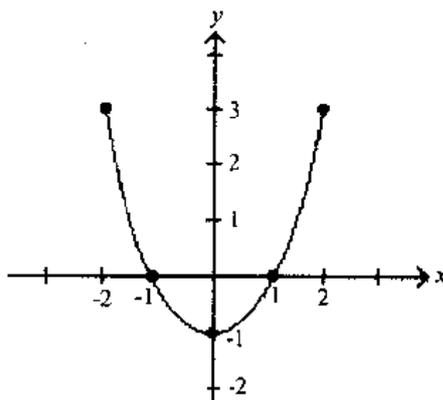
Consider a quadratic polynomial function defined by  $f(x) = x^2 - 1$ .

One can plot several points  $(x, f(x))$  and use them to produce the graph of the function.

上面二次曲线被称为抛物线 (parabola), 在 GMAT 考试中曾涉及二次曲线在坐标平面上的表达, 读者须注意此类曲线的特点。

总结: 在做 GRE 和 GMAT 几何题时, 看图时须注意一个重要原则: 只能读图, 不能度量。即可以根据上面给出的图形读得一些信息, 画出的是直线就可以理解为直线, 画出的是三角形

$x$	$f(x)$
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3



就一定是三角形,画出的点在第一象限就一定在第一象限,但是不能度量。即不能根据形状度量三角形的角度,不能根据点在坐标轴所画的位置去估算其坐标。只有在图形下有“drawn to scale”或者用虚线标出坐标轴刻度时才可以度量其数量信息。例如,看到一个三角形时,如果未标出“drawn to scale”,则不能估计其为锐角、钝角或直角三角形,不管该形状画成何样,它仅仅表示一个三角形;但若标出“drawn to scale”,则可估算其为何种类型的三角形。在 GRE 和 GMAT 图形题中,若没有特殊指明,则所有图形均被视为平面图形。这些特点在后文解题中将进一步说明。

## 第四节 文字题 (Word Problem)

GRE 和 GMAT 中的许多数学题涉及现实生活中的一些问题,所以需了解一些现实生活中的概念和处理方法来解决这一类考题,这类考题往往对英文阅读能力要求较强,并且要求了解一些英美生活中的基本常识。

### 一、利息问题 (interest)

Interest can be computed in two basic ways. With simple annual interest, the interest is computed on the principal only and is equal to

(principal) 本金  $\times$  (interest rate) 利率  $\times$  (time).

If interest is compounded, then interest is computed on the principal as well as on any interest already earned.

simple (annual) interest 单利    compound (annual) interest 复利

例: If \$ 8000 is invested at 6 percent simple annual interest, how much interest is earned after 3 month?

解:  $800 \times 6\% \times \frac{1}{4} = \$ 120$

例: If \$ 10,000 is invested at 10 percent annual interest, compounded semiannually, what is the balance after 1 year?

解:  $10,000 \left( 1 + \frac{0.1}{2} \right)^2 = 11025$

Note that the interest rate for each 6-month period is 5%, which is half of the 10% annual rate.

### 二、折扣问题 (discount)

If a price is discounted by  $n$  percent, the price becomes  $(100 - n)$  percent of the original price.

折扣可以用“at a discount of 20% or discounted by 20%”,也可以用“off”来表示,其计算由 Original price  $\times$   $(100 - n)\%$  得到折扣价格。

例: The price of an item is discounted by 20 percent and then this reduced price is discounted by an additional 30 percent. These two discounts are equal to an overall discount of what percent?

解: If  $P$  is the original price of the item, then  $0.8P$  is the price after the first discount. The price after the second discount is  $(0.7)(0.8)P = 0.56P$ . This represents an overall discount of 44 percent  $(100\% - 56\%)$ .

### 三、工作问题 (work)

In a work problem, the rates at which certain persons or machines work alone are usually given, and it is necessary to compute the rate at which they work together (or vice versa).

The basic formula for solving work problems is:  $\frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{1}{h}$  where  $r$  and  $s$  are, for exam-

ple, the number of hours it takes Rae and Sam, respectively, to complete a job when working alone, and  $h$  is the number of hours it takes Rae and Sam to do the job when working together. The reasoning is that in 1 hour Rae does  $\frac{1}{r}$  of the job, Sam does  $\frac{1}{s}$  of the job, and Rae and Sam together do  $\frac{1}{h}$  of the job.

**例 1:** If Art and Rita can do a job in 4 hours when working together at their respective constant rates and Art can do the job alone in 6 hours, in how many hours can Rita do the job alone?

解: 
$$\frac{1}{6} + \frac{1}{R} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{R+6}{6R} = \frac{1}{4}$$

$$4R + 24 = 6R$$

$$24 = 2R$$

$$12 = R$$

Working alone, Rita can do the job in 12 hours.

**例 2:** If A can do a job in 20 days and B can do the job in 30 days, they work together to do this job and in this period, A stop work for 2.5 days and B stop work for  $x$  days, and the job be finished for 14 days, what is  $x$  ?

解: 
$$\frac{1}{20} \times (14 - 2.5) + \frac{1}{30}(14 - x) = 1$$

$$x = 1.25$$

#### 四、混和物问题 (Mixture)

In the mixture problem, substances with different characteristics are combined and it is necessary to determine the characteristics of the resulting mixture.

**例:** How many liters of a solution that is 15 percent salt must be added to 5 liters of a solution that is 8 percent salt so that the resulting solution is 10 percent salt?

**解:** Let  $n$  represent the number of liters of the 15% solution. The amount of salt in the 15% solution  $[0.15n]$  plus the amount of salt in the 8% solution  $[(0.08)(5)]$  must be equal to the amount of salt in the 10% mixture  $[0.10(n+5)]$ . Therefore:

$$0.15n + 0.08(5) = 0.10(n+5)$$

$$15n + 40 = 10n + 50$$

$$5n = 10$$

$$n = 2 \text{ liters.}$$

Two liters of the 15% salt solution must be added to the 8% solution to obtain the 10% solution.

#### 五、利润问题 (profit)

Gross profit is equal to revenues minus expenses, or selling price minus cost.

**例:** A certain appliance costs a merchant \$30. At what price should the merchant sell the

appliance in order to make a gross profit of 50 percent of the cost of the appliance?

解: 设  $s$  为 selling price, 则  $s - 30 = 30 \times 50\%$   $s = \$45$

## 六、集合问题(set)

例: Each of 25 people is enrolled in history, mathematics, or both. If 20 are enrolled in history and 18 are enrolled in mathematics, how many are enrolled in both history and mathematics?

解:  $20 + 18 - 25 = 13$ , 则 13 人同时上历史和数学课

✓ 例: In a certain production lot, 40 percent of the toys are red and the remaining toys are green. Half of the toys are small and half are large. If 10 percent of the toys are red and small, and 40 toys are green and large, how many of the toys are red and large?

解: 由于 red and small toys 占了 10%, 且 red 共 40%, 则 red and large 占了 30%, green and large 占了  $50\% - 30\% = 20\%$ , 所以共有  $40 \div 20\% = 200$  件玩具  
因而共有 red and large toys  $200 \times 30\% = 60$  个

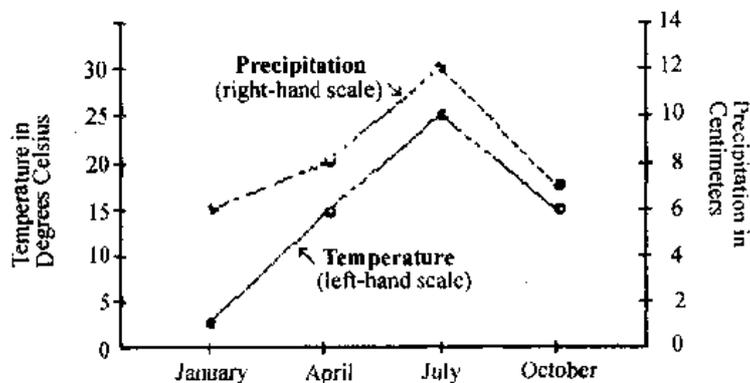
例: The probability of A is 60% and the probability of B is 50% what is the most possible probability that neither A nor B would happen?

解:  $P_{\max}(\sim A \text{ and } \sim B) = 1 - 0.6 = 0.4$ 。A 和 B 都不发生的最大概率为 B 为 A 的一个子集, 则最大概率即为 A 不发生的概率。

## 七、数据解释(Data interpretation)

有时 GRE 和 GMAT 的数学题基于一个图表, 考生可根据图表中给出的信息得到答案。在坐标图中需注意的是点而不是线, 即有意义的是每个点, 而不是点与点之间的直线。经常有同学问在坐标轴中读 1982 年的状况应读其前面的一条线段还是后面一条线段, 都不对, 应当读的是坐标轴中对应于 1982 年的那个点。另外读图及表格时应注意题目、分类、注释说明中的数字及限制性的语言。

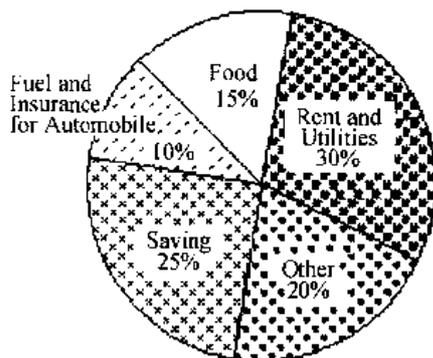
### 例 1 AVERAGE TEMPERATURE AND PRECIPITATION IN CITY X



What are the average temperature and precipitation in city X during April?

解: Note that the scale on the left applies to the temperature line graph and the one on the right applies to the precipitation line graph. According to the graph, during April the average temperature is approximately  $14^\circ$ .

Celsius and the average precipitation is 8 centimeters.



Weekly Net Salary = \$ 350

## 例 2 DISTRIBUTION OF AL'S WEEKLY NET SALARY

To how many of the categories listed was at least \$ 80 of Al's weekly net salary allocated?

解: In the circle graph the relative sizes of the sectors are proportional to their corresponding values and the sum of the percents given is 100%. Note that  $\frac{80}{350}$  is approximately 23%, so at least \$ 80 was allocated to each of 2 categories—Rent and Utilities, and Savings—since their allocations are each greater than 23%.

## 八、英美一些基本概念和常识介绍

英美国家使用华氏温度 Fahrenheit, 而中国学生习惯使用摄氏温度 Centigrade。考试中不会考查温度换算问题, 但此类问题可能在一些阅读、逻辑段落中作为背景。如果不对华氏温度产生应有的感觉, 在理解上会有一些的障碍。例如说华氏 32 度, 许多考生产生不了摄氏零度的应有感觉, 华氏 212 度是水的沸点摄氏 100 度, 人体正常体温华氏为 98 度, 也就是摄氏 36 度到 37 度之间, 两种温度制的换算关系如下:

$$F = (C + 32) \times \frac{9}{5}$$

$$C = (F - 32) \times \frac{5}{9}$$

在时间的表达方面, 许多同学也存在一些障碍, 例如上午 8:15, 可以表达为 a quarter past Eight A.M., 也可以表达为 Eight fifteen A.M., 美国最常用 a quarter after Eight A.M., 表达。再如表达 8:55 可以用 five to nine 或 eight fifty - five, 或 five of nine。另需注意: noon, mid-day 指正午 12 点, midnight 指午夜 12 点。

在钱币的表达方面, 需知道美国常用 buck 代替 U.S. dollar, 在 GRE 国内考题中考过 buck 作为“不驯服, 抵抗”的意思。另需知 quarter 指 25 美分的硬币, cent 指 1 美分硬币, dime 指 10 美分硬币, nickel 指 5 美分硬币。在表达钱数上, 美国英语用数字直接表达, 例如: The return ticket is thirteen twenty-seven, 指回程票为 13 元 27 分。另需知道美国绝大部分州都有购物税, 且各州大都不同, 买东西时在标价 (listing price) 上还需加上相应的税。

## 九、单位换算 (Measurement)

Metric units of measure 公制

### English units of measure 英制

在 GRE 和 GMAT 考试中,除了时间单位,假如一道题需要由一个单位换算成另一单位,这些单位的关系将给出。

但是在 GRE 92.2 国内考题中考查了英尺与英寸换算关系,题目中未给出换算关系,给中国考生带来极大困难,因为  $1 \text{ foot} = 12 \text{ inches}$ 。GRE 与 GMAT 大纲中均明文规定,不考单位换算,考生如果遇见类似考题可以跳过,不会计入考分。

### 总结 ETS 的数学出题原则:

ETS 所考查的 GRE 和 GMAT 两种数学题都基于两个环境:数学环境和日常生活环境。数学环境中的考题可根据基本的近似来处理问题,例如四舍五入,注:英文中正规表达四舍五入的用法为 *to the nearest...*,如: *to the nearest hundredths*,指四舍五入到百分位。而日常生活中的考题则必须考虑日常生活的情况来判断。例如:某电梯最大承重量为 10 吨,平均每件货物的重量为 110 公斤,问电梯最多可以放置多少件货物?由  $1 \text{ 吨} = 1000 \text{ 公斤}$ ,  $10000 \div 110 = 90.9$  件,这时不能够四舍五入至 91 件,而只能选择 90 件,否则会出现问题。日常生活背景下的题必须考虑日常生活的一些限制。

ETS 的许多数学题考查的是思维问题的全面性,对中国学生而言是考查你的细心程度。许多考题都有一些小的陷阱。如:  $x > y$ , 问  $mx$  与  $my$  谁大?这就考查了一个考虑正负的全面性问题,在  $x, m$  和  $y$  都大于 0 时  $mx$  大,而当有负数存在时,就不一定了。再如  $r > \frac{s}{3} > 0$ , 问  $r$  和  $s$  谁大,这就考查了思维全面性的问题,也许  $r$  本身大于  $s$ ,则  $r$  必大于  $\frac{s}{3}$ ,也可能  $r$  仅大于  $\frac{s}{3}$  未必大于  $s$ ,而许多考生往往在此粗心。所以在 GRE 和 GMAT 数学考试中,一定从开始学习时就培养全面考虑问题和仔细的习惯。

ETS 的选择配置原则对中国考生有利,因为中国考生在解题中遇到难题往往出现在对题意的理解上,也就是阅读问题。但 ETS 的选项配置为邻近数字原则和解题错误原则,即答案中给出一个正确选项,4 个错误选项或为与正确选项相邻的数字,或为解题中计算错误的结果,但中国考生很少犯这样的错误。中国考生往往对题意理解有误,例如: *the increased population*, 指已增加后的人口,而不是许多人认为的那样:增加部分的人口。但这样理解时往往在 5 个选项中找到,因为美国人想不到中国学生会犯这样的错误。这就给了中国考生克服阅读理解问题的一个人手点。观看选择中的数字,往往对题目的理解大有好处,遇到找不到答案的情况时,仔细体会题目中涉及限制性语言的地方,例如: *each, only, exactly* 等等,寻求能够得到选项中答案的解题方法。

## 第二章

# GRE 计算机考试数学题型介绍及难题解答

### 第一节 GRE 计算机考试数学题型介绍

在 GRE 的计算机考试中,数学部分(Quantitative)共 28 道题,在 45 分钟内完成。数学部分一般是在 30 分钟的 Verbal section 以后开始的,在两个部分之间,可以选择休息一分钟。数学部分完成后,还有 60 分钟的 Analytical 部分,共 35 道题。另外,可能还会多出一个部分的加试题,内容可能是 Verbal, Quantitative 和 Analytical 中的任一种,顺序也可以出现在任何位置,并且在两个相同部分间无法分辨哪一个是加试题。由于加试题的出现,有时各部分出现的顺序与上面的介绍可能有所不同。

GRE General Test 数学部分考查目的为测试基本算术技巧、理解基本的数学概念、熟悉数量推理和数学背景下解决问题的能力。通常,它要求的数学知识不超过高中水平,它期望考生熟悉传统的数学符号,例如  $x < y$  ( $x$  is less than  $y$ ),  $x \neq y$  ( $x$  is not equal to  $y$ ),  $\parallel$  (meaning is parallel to),  $\perp$  (meaning is perpendicular to)。非标准的符号只能在具体题中定义后才能使用。此部分一般不需要单位换算的能力,所用单位换算考试中全都给出,一个问题可以以英制单位出现,也可以以公制单位出现。数学中的问题包括 4 个内容:算术、几何、代数和数量分析。

GRE 数学部分的突出特点是图表题,其考查的重点在于理解给出信息的基本原理和推理,而不是计算,解释给出图表中数据的能力是解这类题的关键。

下面是 ETS 对 GRE 数学考试中的数字和图形的介绍:

**Numbers:**

All numbers used are real numbers.

**Figures:**

Position of points, angles, regions, etc. can be assumed to be in the order shown, and angle measures can be assumed to be positive.

Lines shown as straight can be assumed to be straight.

Figures can be assumed to lie in a plane unless otherwise indicated.

Figures that accompany questions are intended to provide information useful in answering the questions. However, unless a note states that a figure is drawn to scale, you should solve these problems not by estimating sizes by sight or by measurement, but by using your knowledge of mathematics.

即所有的数都是实数;点、角度、区域等的位置可以被假设为按顺序展示;角度测量被假设为正角;表现出为直线的线可以被假设为直线;除非题目专门指出,图形被假设为在一个平面内。伴随问题的图形是为解题提供的有用信息。但除非图形被指出“drawn to scale”即按比例画出,不能通过目测估计其长度或角度大小等性质。即“只能读图,不能度量”,图中画的是什么就是什么,但不能度量其性质。例如:图中画出的是三角形,则该图形一定为三角形,但决不能根据表面上角度大小来判断题目中未给出的信息。

Quantitative Comparison 测试的是快速准确推理两个数大小或感知有没有足够信息判断两个数大小的能力。

在此类考题中,给出的所比较的量在两列 Column A 和 Column B 中,需要判断哪一列大,或相等或无法判断。下列解题原则也许对于回答问题有帮助:

- 不要在具体计算两个数上浪费时间,只要利用简化的方法使其能比较即可。
- 在做决定前,考虑所有可能正数,负数,零等等,这是易发生错误的地方。
- 图形未必按比例画出,应根据数学知识而非视觉感觉进行比较。

下面是 Quantitative Comparison 题型的 Direction:

**Directions:** Each of the following questions consists of two quantities, one in Column A and one in Column B. You are to compare the two quantities and decide whether

the quantity in Column A is greater;

the quantity in Column B is greater;

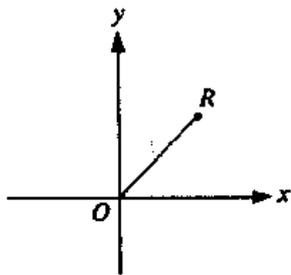
the two quantities are equal;

the relationship cannot be determined from the information given.

**Common Information:** In a question, information concerning one or both of the quantities to be compared is centered above the two columns. A symbol that appears in both columns represents the same thing in Column A as it does in Column B.

上面的 Direction 说明这类题的解法在于决定 A, B 两栏中的值的 4 种关系,需注意的是这种比较只是数量的比较。

下面是一道比较大小的例题:



$R$  is a point in the rectangular coordinate system and  $OR = 5$ .

The  $x$ -coordinate of point  $R$

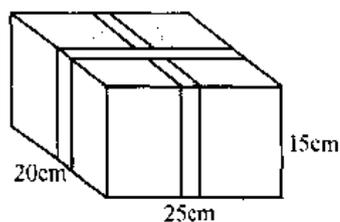
5

注释:左图中线段  $OR$  长度为 5,则  $A$  的横坐标一定比 5 小,所以应选择答案(B)。但一些考生提出疑问, $R$  点未必落在什么地方,如果它落在  $x$  轴上不就相等了吗?这种想法是错误的,GRE 读图原则“只能读图,不能度量”。 $R$  点在图中被读出在第一象限中,那么它决不可能在  $x, y$  轴上更不可能到其他象限中去,但  $OR$  与  $x$  轴所成角度多大就不一定了,可能  $89^\circ$ ,也可能  $1^\circ$ ,如果比较右项为 4.9,则就无法判断了。

Problem Solving 是从 5 个选项中找出 1 个最佳答案,其中包括图表题,即笔试中每个 section 的 21 至 25 题,这 5 道题共同使用图表中给出的信息解题。这其中要求一定的阅读理解能力以及分析图表的能力。为了更好地解决这一类题,下面的解题原则或许对解题有用:

- 在回答问题前浏览选择,避免没必要的换算
- 若有些问题需要估算,则尽可能使用方便近似数值估算,但分子分母不能一个估高一个估低,有些情况下这会带来很大差别。

下面是 Problem solving 的一道例题:



The rectangular box shown above has been wrapped with two tapes, each going once around the box without overlap and running parallel to the edges of the box. How many centimeters of tape were used on the box?

- (A) 70 (B) 80 (C) 120 (D) 140 (E) 150

译文:上面的长方形盒子用两条带子包扎,每条带子包过盒子而不重叠并且与盒子的边平行,包扎这个盒子需要多少厘米的带子?

解:其实本题是求解上面长方体两个面的周长,一个为 25cm by 15cm,另一个为 20cm/15cm,则两长方形周长为

$$2(15 + 25) + 2(20 + 15) = 150\text{cm}$$

(E) is correct.

参加 GRE 计算机考试的考生还需对计算机考试的模式有所了解,下面几个要点是 ETS 对计算机考试过程及注意事项的介绍:

#### ·Timing and Breaks

During the time allowed for each section you will NOT be able to access any other section. The time will automatically display when there are five minutes remaining. Between sections you may pause for 60 seconds, if you choose. The section direction screens will contain the total number of questions in each section and the time allowed.

There will also be an optional 10-minute break following Section 2. At that time notify the administrator if you wish to leave the room.

If you wish to leave your seat at any other time during the test, please raise your hand-section timing will not stop for this type of break.

#### ·Testing Procedures

Once you begin a section, the only way to continue the test is by answering each question as it is presented to you. There is no way to "omit" a question.

Before you confirm the answer choice you selected for a question, you can change your answer as many times as you like.

After you answer a question and confirm your choice, you cannot return to that question.

No credit will be given for anything you write on scratch paper. You may use the scratch paper to work out your answers. All scratch paper must be

turned in to the administrator at the end of the test session.

The test you take might contain questions that do not count toward your scores. Such questions are included in unidentified pretest sections or in clearly identified research sections. These questions are being tried out for possible use in future editions of the test.

If you have a concern about the wording of a test question, please note the question number on your scratch paper and continue the test.

Report your concern to the administrator after you complete the test.

#### • Scoring Information

**It is to your advantage to answer all of the questions in each section. This is true even if you have to guess at the remaining questions in a section before time expires.**

In the past, it was necessary for you to answer at least 80 percent of the questions in each section in order to receive a score for the section. That policy has changed.

**You will receive a score for each section of the test, no matter how many questions you answer in that section. (You will not receive a score for your work on pretest or research sections.)**

Previously, it may have been to your advantage to leave questions unanswered at the end of a section. We now recommend that you answer all questions, even if you have to guess.

The number of questions you answer in each section is now included in the calculation of your score. Leaving questions at the end of a section unanswered will lower your score. **It is thus to your advantage to guess at any questions that you do not have time to consider carefully.**

#### • How to use the Testing Tools

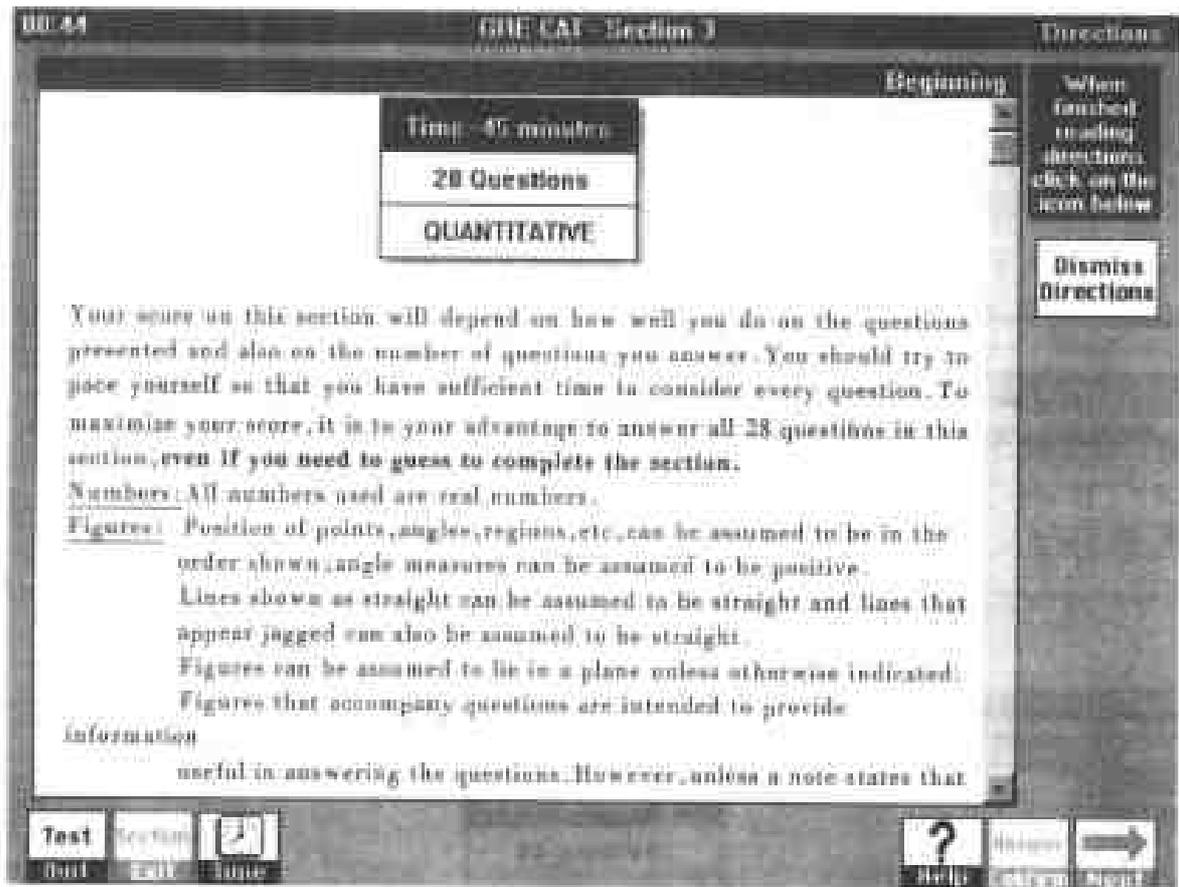
You have just learned how to use each of the testing tools shown below.



Next	First of 2 steps to move to a new question
Confirm	Last of 2 steps to move to a new question
Time	Shows or hides the time remaining
Exit	Allows you to leave a section and move on
Quit	Allows you to leave the entire test
Help	Recalls directions or provides help on how to take a test

当选择完一项答案后,使用 NEXT,然后 Answer Confirm 即可进入下一道题,注意此时你不可能再回到上一道题,并且只有当你选择了一个答案后才可能进入下一道题。考试时左上方有剩余时间显示,当你点击此键时,时间隐去,重新再点击此键时重新显示时间。当时间还剩 5 分钟时,时间会自动显示且不会隐去,并且以秒为单位显示。

下图为 GRE 计算机考试数学部分开始的介绍,考生在考试中看到此图时,应快速点击该图右上的“Dismiss Direction”键,跳过 Direction,迅速开始解题。如果你在考试中想再看一下 Direction,可以点击 Help 键(当然最好不要这样,以免浪费自己的时间)。从下面的文字可以看出 GRE 建议尽量解完所有的考题,即使你需要瞎猜才能完成,这样可能使你的得分最大化。





图三:

00:41 GRE CAT Section 3 26 of 28

An architect designs a room with a rectangular floor that meets the following requirements.

- The length is twice the width.
- The area is at least 400 square meters.
- The perimeter is no more than 100 meters.

If  $w$  is the width of the floor, in meters, which of the following must be true of  $w$ ?

$15 \leq w \leq 20$

$16\frac{2}{3} \leq w \leq 20$

$15 \leq w \leq \sqrt{398}$

$\sqrt{\frac{200}{3}} \leq w \leq \frac{25}{2}$

$\sqrt{200} \leq w \leq \frac{50}{3}$

Test Section 26 of 28

图四:

00:01 GRE CAT Section 3 23 of 28

$k$	$m$
1	1
2	3
5	7
12	17

In the table above, two columns of numbers, the  $k$ 's and the  $m$ 's, are to be formed. The  $k$  and the  $m$  in the first row are each 1. In each successive row, the  $k$  is formed by adding the  $k$  and the  $m$  from the preceding row, and the  $m$  is formed by adding twice the  $k$  from the preceding row to the  $m$  from the preceding row. The  $m$  in the fourth row is

10

11

13

15

17

Test Section 23 of 28

图五:

GRE-CAT Section 3 18 of 28

Note: Drawn to scale.

<u>Column A</u>	<u>Column B</u>
$\frac{x+y}{2}$	$\frac{x-y}{4} + 1$

The quantity in Column A is greater.  
 The quantity in Column B is greater.  
 The two quantities are equal.  
 The relationship cannot be determined from the information given.

Test Section ?

图六:

GRE-CAT Section 3 2 of 28

For all integers  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , and  $x$ , the operation  $\begin{bmatrix} u & v \\ w & x \end{bmatrix}$

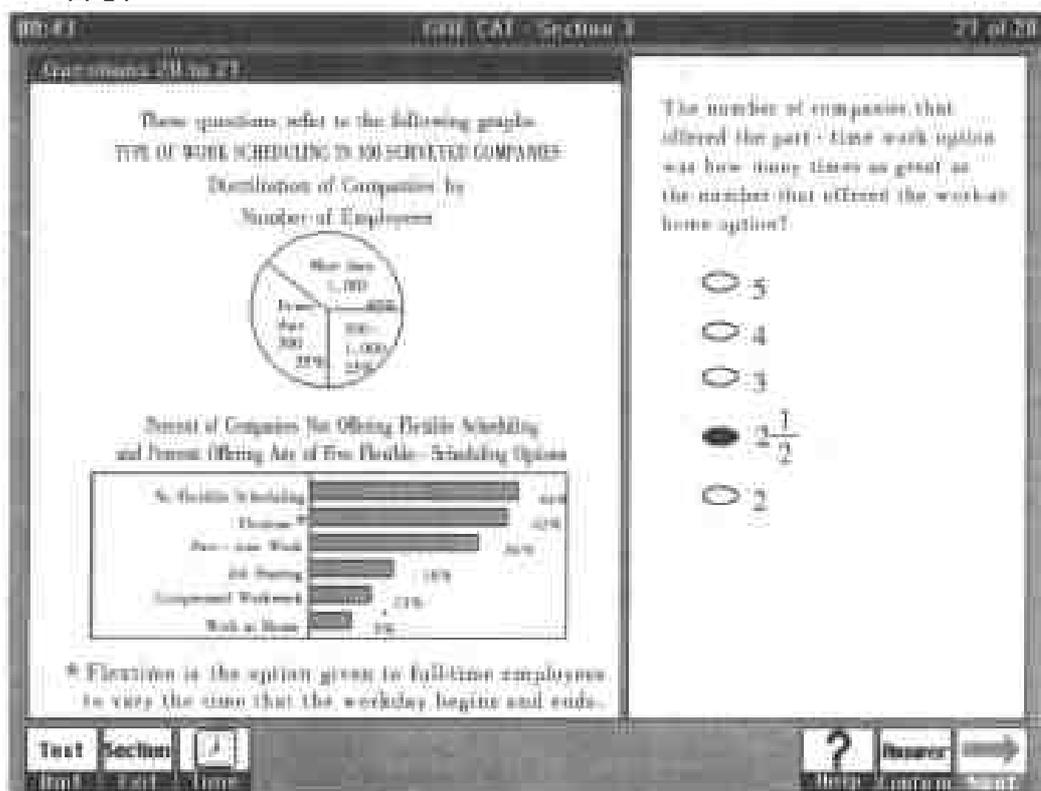
is defined by the equation  $\begin{bmatrix} u & v \\ w & x \end{bmatrix} = ux - wv$

<u>Column A</u>	<u>Column B</u>
$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$	-6

The quantity in Column A is greater.  
 The quantity in Column B is greater.  
 The two quantities are equal.  
 The relationship cannot be determined from the information given.

Test Section ?

图七:



**图一译文:**27个人申请一项管理工作,根据一个报道,第一次面试把录取范围缩小到少于7名候选人,另一个报道宣称第一次面试淘汰了少于23名申请者,假如这两个报道都是正确的,那么假如 $x$ 个申请者在第一次申请中被淘汰,那么 $x$ 可能的值是多少?

**解:**这是一道极简单的不等式考题,关键是读懂题,由第一个报道内容: $x > 20$ ,由第二个报道 $x < 23$ ,则 $x = 21, 22$ ,第四个选项正确。

**图二译文:**一个正整数的“映像”可由颠倒其数字得到,例如321的“映像”为123,一个5位数与其“映像”之差一定被下列哪一个数整除?

**解:**本题为一个数字规律题,因为本题语气为“must be”,所以最好的办法是采用排除法,例如取一个最特殊的五位数10000,其“映像”为1,该数与其“映像”之差为9999,显然只能被9整除,所以上面第五个选项正确。

**图三译文:**一个建筑师设计一个有长方形地板的房间,且满足以下条件:长是宽的2倍,面积至少400平方米,周长不超过100米。假如 $w$ 是地板的宽,下列哪一个关于 $w$ 一定正确?

**解:**由面积至少400平方米,则 $2w \cdot w \geq 400$   
 由周长不超过100米,则 $(2w + w)2 \leq 100$   
 解不等式得: $\frac{50}{3} \geq w \geq \sqrt{200}$ ,所以第五个选择正确。

**图四译文:**在上面的表中,有两栏数字 $k$ 和 $m$ 。 $k$ 和 $m$ 的第一行都是1,在每一个连续行中, $k$ 由上一行的 $k$ 加上上一行 $m$ 得到, $m$ 由上一行的 $k$ 的2倍加上上一行的

$m$  得到第四行的  $m$  是多少?

解:由  $m_n = 2k_{n-1} + m_{n-1}; k_n = k_{n-1} + m_{n-1}$ ,

由  $m_1 = 1, k_1 = 1$ , 则  $m_2 = 2k_1 + m_1 = 3; k_2 = 2$

$m_3 = 2k_2 + m_2 = 2 \times 2 + 3 = 7 \quad k_3 = k_2 + m_2 = 3 + 2 = 5$

$m_4 = 2k_3 + m_3 = 2 \times 5 + 7 = 17$ , 所以第五个选项正确。

图五解:由上图中“Drawn to scale”, 则  $x = -2, y = 2$

左项  $\frac{x+y}{2} = 0$  右项  $\frac{x-y}{4} + 1 = \frac{-2-2}{4} + 1 = 0$ , 所以两个值相等。

图六解:A 栏值为  $2 \times 8 - 4 \times 6 = -8$ , 所以比 B 栏值小, 所以第二个选项正确。

图七解:本题随便选了一个答案, 然后点击了 NEXT, Answer Confirm 变亮, 此时仍可以改动答案, 但若再点击 Answer Confirm, 则右栏变出另一道题, 而左栏的图表仍不变, 根据此图表再解下一道题。

左图上面的 Circle Graph 的题目为“根据雇员人数的公司分布”, 下面的 Bargraph 的题目为“不提供灵活工作时间的公司比率和提供灵活工作时间的 5 种选择的每一个的百分比”。

译文:提供 part-time 选择的公司数目是提供 work-at-home 选择的公司数目的多少倍?

part-time option 有 36%, work-at-home 有 9%, 所以  $36\% \div 9\% = 4$ , 第二个选项正确。

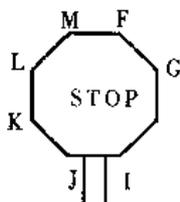
## 第二节 GRE 数学难题解答

### Section One

1. A, B, and C are points on a line. The distance between A and B is twice the distance between A and C. The distance between C and B is 10.

The distance between A and B 10

- The quantity in Column A is greater.  
 The quantity in Column B is greater.  
 The two quantities are equal.  
 The relationship cannot be determined from the information given.



2. In the stop sign shown in the figure above, all sides have equal length and all angles have equal measure. If the figure could be rotated 225 degrees in a clockwise direction, point G would be in the position of point.

(A)I (B)J (C)K (D)L (E)M

3. Each person at a party shook hands exactly once with each of the other people at the party. There was a total of 21 handshakes exchanged at the party.

The number of people at the party 8

1. A、B、C 是一条直线上的点，A 和 B 之间的距离是 A 和 C 之间距离的 2 倍，C 与 B 的距离是 10。

解：本题存在两种情况如下所示：

$$\begin{array}{c} \text{B} \quad \text{A} \quad \text{C} \\ | \text{AB} | = \frac{20}{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{B} \quad \text{A} \quad \text{C} \\ | \text{AB} | = 20 \end{array}$$

所以(D) is correct。

2. 在左图的 STOP 标志中，边长相同并且角度相同。假如该图形被顺时针旋转 225°，G 点可以在哪一个点的位置？

解：这是一个八边形，每转过一个边转过角度为  $360 \div 8 = 45^\circ$ ， $225 \div 45 = 5$ ，则 G 的下五个点为 L，所以(D) is correct。

3. 一次舞会中的每个人恰与参加舞会的其他人中的每一位握一次手，在舞会中共握了 21 次手。

解：设舞会上有  $n$  个人，则握手次数为

$$C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2} = 21$$

$n = 7$  所以(B) is correct。

4. A school bus has 10 double seats in each of 2 rows. Two students can sit in each double seat. It an empty bus starts out and makes two stops, picking up three times the number of students at the second stop as at the first stop, and if the bus is then filled to seating capacity, how many students got on the bus at the second stop?
- (A)5 (B)10 (C)15 (D)20 (E)30

4. 1 辆校车有两排座椅,每一排有 10 个双人座,每个双人座上可坐 2 个学生。假如 1 辆空汽车开出并且停了 2 次,第二次上车的学生数是第一次上车学生数的 3 倍,并且假如汽车那时已坐满了人,第二次停靠有多少学生上车?

解:fill to capacity 填满

设第二次  $x$  人上车,则

$$x + \frac{x}{3} = 10 \times 2 \times 2 \quad x = 30$$

(E) is correct.

5. On a certain number line, if  $-7$  is a distance 4 from  $n$  and  $7$  is a distance of 18 from  $n$  then  $n =$
- (A)25  
(B)11  
(C)3  
(D) -3  
(E) -11

5. 在某一数轴上,假如  $-7$  与  $n$  的距离是 4, 并且  $7$  与  $n$  的距离是 18,那么  $n = ?$

解:注意这句话的确切含义,并与另一句话的比较:

$7$  is a distance of 18 from  $n$ .

$7$  is the distance of 18 from  $n$ .

上面一句用了不定冠词,则该句应理解为  $7$  与  $n$  的距离是 18。第二句用了定冠词,应理解为  $7$  是 18 和  $n$  之间的距离。

$$|-7 - n| = 4 \quad n = -11, n = -3$$

$$|7 - n| = 18 \quad n = -11, n = 25$$

所以  $n = -11$ , (E) is correct.

6. If a solid pyramid has 4 vertices and 4 faces, how many edges does the pyramid have?
- (A)2  
(B)3  
(C)4  
(D)6  
(E)8

6. 假如一个立体四角锥有 4 个顶点和 4 个面,该四角锥有多少条边?

solid  $n$ . 固体,立体(几何)

pyramid  $n$ . 锥体(四角锥)

vertices  $n$ . 顶点(pl.)

立体几何中面和边之间的关系为:

$$\text{边数} = 2(\text{面数或顶点数} - 1)$$

$$n = 2(4 - 1) = 6, (D) \text{ is correct.}$$

7. Ms. Smith got an 8 percent cost of -living raise of \$ 20 per week.

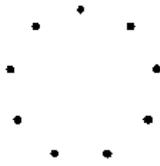
Ms. Smith's new weekly salary                      \$ 260

7. 史密斯太太获得每周 20 美元的相当于 8% 生活费用的增加。

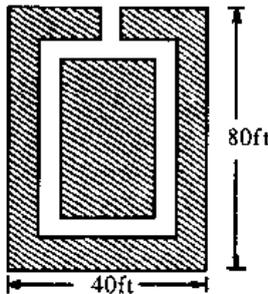
解:cost of living 生活费用,而在此即指 salary

这 8% cost of living raise 即 \$ 20。

$20 \div 8\% = 250$ , new weekly salary 为:



8. If 9 trees are originally planted in a circular pattern as shown above, what is the least number of trees that must be transplanted so that the 9 trees will be in 2 straight rows?
- (A)4 (B)5 (C)6 (D)7 (E)8



9. The diagram represents a rectangular garden. The shaded regions are planted in flowers, and the unshaded region is a walk 2 feet wide. All angles are right angles.

The sum of the areas of the shaded regions is 2,800 square feet.

10. Mrs. Jones sold two houses for \$80,000 each. One house was sold at a 20 percent loss and the other at a 20 percent gain.

The gain minus the loss is

11. A printer numbered consecutively the pages of a book, beginning with 1 on the first page. In numbering the pages, he

$250 + 20 = 270$ ,  
所以(A) is correct。

8. 假如 9 棵树最初被种植在如左图所示的圆形中, 要使 9 棵树排在两条直线上, 最少需移植几棵树?

解: 两点确定一条直线, 所以有 4 棵树确定 2 条直线, 剩下 5 棵树一定被移植。  
所以(B) is correct。

9. 左图表展现了一个长方形花园, 阴影区域被种植了花, 非阴影区域是一条 2 英尺宽的路, 所有的角度是直角。

解: 由于不知道 2 英尺宽的路在什么位置, 那么取最大值。该路在花园最外沿, 则阴影区面积为:

$(40 - 2 \times 2) \times (80 - 2 \times 2) = 2736 < 2800$   
若两英尺宽的路在最中央, 取路所占面积的最小值, 则所得值必大于 2800, 所以  
(D) is correct。

10. 琼斯太太以每所 \$80,000 的价格卖了两所房屋。一座房子以 20% 的亏损售出, 另一座房子以 20% 的获利售出。

解: 获利房屋价为  $x$ ,  $x(1 + 20\%) = 80,000$   
亏损房屋价为  $y$ ,  $y(1 - 20\%) = 80,000$   
则  $x = \frac{80,000}{(1 + 20\%)} < y = \frac{80,000}{(1 - 20\%)}$   
(B) is correct。

11. 一个打印员为一本书的书页编号, 从第一页 1 开始。在计算页码时, 他共打印了 189 个数字。

printed a total of 189 digits.

The number of pages                    100  
in the book

12. Which of the following equations can be used to find the value of  $x$  if 7 less than  $5x$  is 5 more than the product of 3 and  $x$ ?

- (A)  $5x - 7 = 5 + 3x$   
(B)  $5x - 7 = 5 + (3 + x)$   
(C)  $7 - 5x = 5 + 3x$   
(D)  $7 - 5x = (5 + 3)x$   
(E)  $7 - 5x + 5 = 3x$

13. How many positive whole numbers less than 81 are NOT equal to squares of whole numbers?

- (A)9 (B)70 (C)71 (D)72 (E)73



Regions sharing a common border are to be different colors.

14. The minimum number of colors needed.                    3

解:digit  $n$ . 数字, 指一个阿拉伯数字, 诸如 1, 2, 3 等。若 22, 35, 78 之类的两位数, 表示为“two-digit number”, 诸如 125, 767 等 3 位数, 表示为“three-digit number”, 则该打印员标号共标了 189 个数字, 除去 1 位数的 9 个数字, 则两位数共 90 个, 共 99 页, 所以与 100 比较,  $99 < 100$ , 所以 (B) is correct。

12. 假如  $5x$  减 7 比 3 和  $x$  的积大 5, 下列哪一个方程可以用于得到  $x$  的值?

解: 7 less than  $5x$  表示  $5x - 7$

5 more than the product of 3 and  $x$  表示  $5 + 3x$

所以  $5x - 7 = 3x + 5$

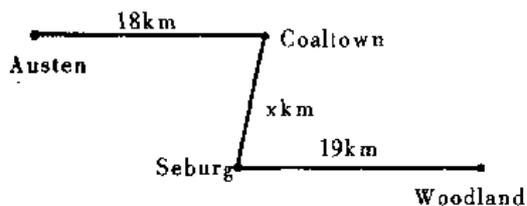
(A) is correct。

13. 有多少小于 81 的正整数不等于整数的平方?

解: whole number 指整数, 小于 81 的正整数共 80 个, 而小于 81 的正整数的平方有 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 共 8 个, 所以 (D) is correct。

14. 有相同边界的地区被着以不同的颜色。

解: 关于地图着色题。一般 3 种颜色可以满足相邻不同色, 因为不在一条直线的 3 个点确定一个平面, 这 3 个点两两相邻, 则需 3 种颜色满足相邻不同色。判断方法为在两两相邻的 3 个地区上用 3 种颜色, 再看是否足够满足相邻不同色, 如本题: 在 I, II, VI 上分别上 a, b, c 3 种颜色, VI 用 a, III 用 c, V 用 a, IV 用 b, 满足相邻不同色, 所以 (C) is correct。



The map shows the only roads that connect the four towns and shows the distance along each road.

15. The road distance between Austen and Seburg      The road distance between Coaltown and Woodland

$$n = 7 \cdot 19^3$$

16. The number of distinct positive factors of  $n$       10

17. The total interest earned on  $d$  dollars invested for 3 months at 11 percent simple annual interest

$$\frac{a + \frac{b}{c}}{\frac{d}{e}}$$

18. If the value of the expression above is to

15. 左面的地图显示了连接 4 个城镇的仅有道路并且标出每条路的长度。

解:这是一道易令考生粗心的考题,错误在于未注意“only”,所以不可能有其他道路。则  $18 + x < 19 + x$ , (B) is correct.

16. 解:本题左项为:  $n$  的不同的正因子的数目,下面介绍一个因子数的求解公式,要想正确得出一个数的不同正因子的数目,先把该数写成质数因子的连乘积的形式,如题  $n = 7 \cdot 19^3$ , 7 和 19 都是质数,因子数是指数加 1 的和相乘,即  $(1 + 1)(3 + 1) = 8$ , 所以 (B) is correct。即如下公式:

$$n = a^x \cdot b^y \cdot c^z \quad (a, b, c \text{ 为质数})$$

$$\text{因子数} = (x + 1)(y + 1)(z + 1)$$

例:252 因子的个数是多少?

$$252 = 2^2 \cdot 7 \cdot 3^2$$

$$\text{所以因子数为 } (2 + 1)(1 + 1)(2 + 1) = 18$$

17. 解:simple annual interest 指年单利。左项指:  $d$  美元以 11% 的单利投资 3 个月所挣得的利息:

$$\frac{d \cdot 11}{100 \cdot 4} \quad (\text{注:见前面利息讲解})$$

所以 (B) is correct.

18. 假如左面的表达值被减半通过加倍  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  或  $e$  5 个数中的 1 个,哪一个应当被加倍?

be halved by doubling exactly one of the five numbers  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , or  $e$ , which should be doubled?

- (A)a (B)b (C)c (D)d (E)e

$$\frac{a + \frac{b}{c}}{\frac{d}{e}} = \frac{ace + be}{de}$$

$d$  加倍可使上面表达减半,  $c$  不行, 因为分子也有  $c$ 。(D) is correct.

19. How many positive integers less than 20 are equal to the sum of a positive multiple of 3 and a positive multiple of 4?

- (A) Two  
(B) Five  
(C) Seven  
(D) Ten  
(E) Nineteen

19. 有多少小于 20 的正整数等于 3 的正倍数与 4 的正倍数的和?

解:  $x = 3m + 4n$  ( $m, n \geq 1$ )

$m$	$n$	
1	1	7
1	2	11
1	3	15
1	4	19
2	1	10
2	2	14
2	3	18
3	1	13
3	2	17
4	1	16

所以共 10 个, (D) is correct. 本题未必需数出 10 个, 当数出 7 个以上时, 则 10 就对了, 因为不可能是 19 个。

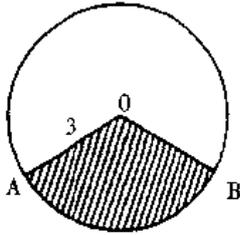
7	8	9	10	11
16	15	14	13	12
17	18	19	20	21
26	25	24	23	22
27	28	29	30	31

20. The figure above consists of 25 squares. If the figure were folded along the dotted diagonal to form a flat triangle, then 26 minus the number in the square that would coincide with the square containing 26 would be

- (A)13 (B)14 (C)15 (D)16 (E)17

20. 左面的图形由 25 个正方形组成。假如这个图形沿虚线的对角线对折形成一个平的三角形, 那么 26 减去与含 26 的正方形对应的正方形内的数字可以是:

解: 如图与含 26 的正方形对应的正方形是含 10 的正方形,  $26 - 10 = 16$ , 所以 (D) is correct.



O is the center of the circle. The area of the shaded region is  $3\pi$ .

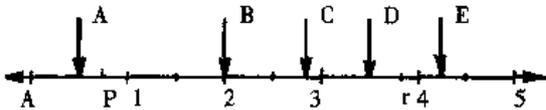
21. The degree measure of  $\angle AOB$  is 120

$$4 - n \square 6$$

$$4 - n \square 5$$

22. Which of the following symbols should be substituted for  $\square$  to make both of the statements above true for all integers  $n$  such that  $-2 < n \leq 3$ ?

(A)  $\leq$  (B)  $<$  (C)  $=$  (D)  $>$  (E)  $\geq$



Note: Figure drawn to scale

23. According to the number line above, which of the following points has a coordinate most nearly equal to  $p \times r$ ?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

24. Of the 400 cadets in a graduating class, 30 percent were women and, of these,  $\frac{1}{5}$  became instructors. If the number of men who became instructors was twice the number of women who became instructors, how many of the men became instructors?

(A) 120 (B) 48 (C) 40  
(D) 24 (E) 20

21. O 是圆心, 阴影区的面积是  $3\pi$

解: 本题较简单,  $\angle AOB = \frac{3\pi}{9\pi} \times 360^\circ = 120^\circ$

但有些考生的问题在于为什么  $\angle AOB$  不能指外角, 在数学中, 指某角时一般指内角, 若指外角, 一般需特殊指明或加上某些符号表示。

22. 下列哪一个符号应当代替  $\square$  使上面两个式子对所有的满足  $-2 < n \leq 3$  的整数成立?

解: 有些考生对“ $\leq$ ”号理解有误, 其意义为 less than or equal to, 即小于或者等于。所以  $5 \leq 5$  成立, 而  $5 < 5$  不成立。因为  $n$  所能取的值为  $-1, 0, 1, 2, 3$ , 所以 (A) is correct。

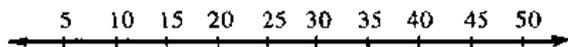
23. 根据左面的数轴, 下列哪一个点的坐标最近近似于  $p \times r$ ?

解: 因为本题有“Figure drawn to scale”, 所以应估值计算:  $p \approx 0.75, r \approx 3.8$   
 $p \times r = 2.85$ , 近似于 C, 所以 (C) is correct。

24. 在一个毕业班的 400 名警察毕业生中, 30% 是女性, 并且在这些女性中,  $\frac{1}{5}$  成为教师。假如男性成为教师的人数是女性成为教师的人数的 2 倍, 有多少男性成为教师?

解:  $400 \times 30\% \times \frac{1}{5} \times 2 = 48$

(B) is correct。



25. On the number line above, what number corresponds to a point that is  $\frac{2}{5}$  of the distance from 10 to 40?

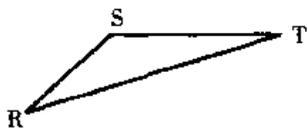
- (A)6 (B)8 (C)12 (D)15 (E)22

A purchase plan for a stereo receiver requires 20 percent of the total cost as a down payment and monthly payments of \$ 30.

26. The total cost of the \$ 450 stereo receiver

27. For which of the following pairs of integers is the least common multiple of the integers minus their greatest common divisor the greatest?

- (A)3,12  
(B)5,6  
(C)10,20  
(D)11,12  
(E)15,30



28.  $(RS)^2 + (ST)^2$        $(RT)^2$

25. 在左面的数轴上,哪一个数字对应的点是 10 到 40 距离的  $\frac{2}{5}$ ?

解: Problem 5 中已说明, the distance from 10 to 40 指 10 至 40 之间的距离, 所以  $10 + 30 \times \frac{2}{5} = 22$ , 本题指从 10 开始的 10 和 40 之间距离的  $\frac{2}{5}$ , 所以 (E) is correct.

26. 一个购买立体声音响的计划需要总值的 20% 作为 首期直接付款, 同时要求每月付 30 美元。

解: down payment 分期付款中的首期直接付款 因为不知道共付多少月, 所以本题应为无法判断, 所以 (D) is correct.

27. 下列哪一对数的最小公倍数减最大公约数最大?

解: the least common multiple 最小公倍数  
the greatest common divisor 最大公约数

- (A)  $12 - 3 = 8$   
(B)  $30 - 1 = 29$   
(C)  $20 - 10 = 10$   
(D)  $132 - 1 = 131$   
(E)  $30 - 15 = 15$

所以 (D) is correct.

28. 解: 本题体现 GRE 原则, 只能读图, 不能度量, 不能判断  $\angle RST$  是否大于  $90^\circ$ , 所以本题为无法判断。

(D) is correct.

注:  $\angle RST < 90^\circ$ , 则  $(RS)^2 + (ST)^2 > (RT)^2$

$\angle RST > 90^\circ$ , 则  $(RS)^2 + (ST)^2 < (RT)^2$

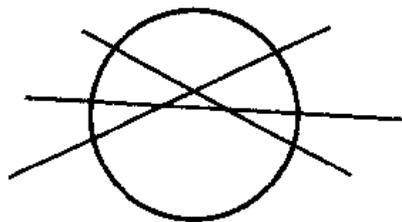
## Section Two

1. What is the maximum number of nonoverlapping regions into which 3 lines can divide the interior of a circle?

- (A) 4  
(B) 6  
(C) 7  
(D) 8  
(E) 9

1. 3 条直线在 1 个圆的内部分成的非重叠区域的最大数目是多少?

解: 如下图示为最大的非重叠区域的分法。



所以共 7 个区域, (C) is correct.

2. In a soccer league, if there were 10 teams, and each team played each of the other teams 16 times, how many games did each team play?

- (A) 144  
(B) 140  
(C) 134  
(D) 125  
(E) 106

2. 在一个足球联盟中, 假如有 10 支球队, 并且每支队与其他各队踢 16 场球, 每支球队踢多少场比赛?

解: 注意本题问的是“each team”, 每支队与其他队比赛 1 次共 9 场  $9 \times 16 = 144$

所以 (A) is correct.

若本题问该联盟一共踢多少场比赛?

则应为  $C_{10}^2 \times 16 = 720$

P	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	r	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

3. In the figure above, if the sum of each column, row, and five-element diagonal is equal to  $x$ , what is the value of  $p + r$ ?

- (A) 13 (B) 17 (C) 20 (D) 23 (E) 30

3. 在左面图形中, 假如每行、每列的 5 个元素的和以及对角线上 5 个元素的和都为  $x$ ,  $p + r$  的值是多少?

解: 因为每行每列及对角线数字和的值均相等, 则

$$p + 5 + r + 21 + 9 = 11 + 18 + 25 + 2 + 9$$

$$p + r = 30$$

(E) is correct.

When  $x + 2$  is divided by 5 the remainder is 3.

4. The remainder when  $x$  is divided by 5
- The quantity in Column A is greater.  
 The quantity in Column B is greater.  
 The two quantities are equal.  
 The relationship cannot be determined from the information given.

5.  $\triangle RST$  lies in the  $XY$ -plane and points R and T have  $(x, y)$  coordinates  $(0, 0)$  and  $(6, 0)$ , respectively. The area of  $\triangle RST$  is 12.

The  $x$ -coordinate of R      The  $y$ -coordinate of S

$$1 < n < 5$$

$n$  is an integer

6. The sum of the first  $n$  odd integers that are greater than zero
7. If the areas of three of the faces of a rectangular solid are 6, 10, and 15, what is the volume of the solid?
- (A) 30  
 (B) 90  
 (C) 150  
 (D) 300  
 (E) 450
8. What is the area of the hexagonal region shown in the figure above?
- (A)  $54\sqrt{3}$  (B) 108 (C)  $108\sqrt{3}$  (D) 216  
 (E) It cannot be determined from the infor-

4. 当  $x + 2$  被 5 整除时的余数是 3。

解:  $\frac{x+2}{5}$  的余数为 3, 则设  $n$  为整数

$$x + 2 = 5n + 3$$

$$x = 5n + 1$$

则  $x$  被 5 除时余数为 1

(B) is correct.

5.  $\triangle RST$  在一个  $XY$  的平面坐标轴中, 点 R 和 T 的坐标分别为  $(0, 0)$  和  $(6, 0)$ 。  
 $\triangle RST$  面积为 12。

解: 由  $\triangle RST$  面积为 12, 而  $RT$  长度为 6, 则 S 点的纵坐标为  $\pm 4$ , 所以本题为无法判断, (D) is correct.

注:  $\triangle RST$  并不意味着 R、S、T 三点必须顺时针排列。

6. 解: 左项为大于 0 的前  $n$  个奇整数的和, 注意前  $n$  个大于 0 的奇整数的和为  $n^2$ ,  $n$  为个数, 例如  $1 + 3 = 2^2$ ,  $1 + 3 + 5 = 3^2$ ,  $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$ , 所以 (A) is correct.

7. 假如一个长方体 3 个面的面积为 6, 10 和 15, 该长方体的体积是多少?

解: 设  $x, y, z$  为长方体的长, 宽, 高

$$\text{则: } xy = 6$$

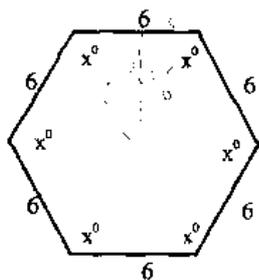
$$yz = 10$$

$$xz = 15$$

长方体体积为  $xyz$ , 上面三项相乘得  $(xyz)^2 = 900$ ,  $xyz = 30$ , (A) is correct.

8. 左面图形中六边形的面积是多少?

解: 如图, hexagonal 六边形边长相等, 内角相等, 所以这是 1 个正六边形, 连接 3 对对角线构成 6 个等边三角形 (注: 对角线连接为把图形等分的对角线), 边长为 6 的



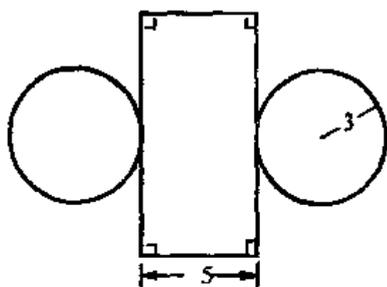
mation given.

9. In a list of numbers, the first number is 3, the second is 4, and each subsequent number is the sum of all the preceding numbers in the list. If the 20th number in the list is  $x$ , what is the 25th number in the list?

(A)  $7x$  (B)  $16x$  (C)  $32x$   
(D)  $35x$  (E)  $161x$

10. For all real numbers  $p$  and  $r$ ,  $p \diamond r = pr - p + r$ .

$$(-4) \diamond 5 \qquad 5 \diamond (-4)$$



11. The figure above shows a cylindrical can that has been cut open and flattened.

The volume of the  $45\pi$   
can before it was cut  
open

12. When  $\frac{2}{5}$  of a certain number is added to the number and this sum is subtracted

等边三角形的高可由勾股定理求出： $h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ 。则面积为

$$6 \times \frac{1}{2} (6 \times 3\sqrt{3}) = 54\sqrt{3}, \text{ (A) is correct.}$$

9. 在一个数列中,首数为 3,第二项数为 4,并且下一个数是所有前面数的和。假如第 20 项数是  $x$ ,第 25 项数是多少?

解:第 20 项为  $x$ ,则前面 19 项的和也是  $x$ ,第 21 项为  $2x$ ,22 项为  $4x$ ,23 项为  $8x$ ,24 项为  $16x$ ,25 项为  $32x$ , (C) is correct。

10. 对于所有的实数  $p$  和  $r$ ,  $p \diamond r = pr - p + r$

解:  $\diamond$  代表一种函数运算

$$(-4) \diamond 5 = -4 \times 5 - (-4) + 5 = -11$$

$$5 \diamond (-4) = 5 \times (-4) - 5 + (-4) = -29$$

所以 (A) is correct。

11. 左面的图形表示一个被切开并且展开的圆柱体罐子。

解: cylindrical [si'lindrikəl] adj. 圆柱体的  
圆柱体体积为:

$$\pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi$$

所以 (C) is correct。

12. 当某数的  $\frac{2}{5}$  加上该数,并且这个和从 108 中减去的结果还是该数,这个数是多少?

from 108, the result is the original number. What is the original number?

- (A) 35 (B) 45 (C) 54  
(D)  $\frac{135}{2}$  (E) 270

解: 设某数为  $x$ , 则:

$$108 - (1 + \frac{2}{5})x = x$$

$$x = 45$$

(B) is correct.

13. City Y has installed 30 parking meters at 15-foot intervals along a straight street. What is the number of feet between the first meter and the last meter?

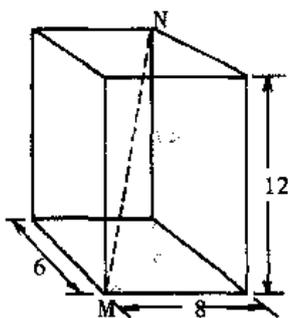
- (A) 200  
(B) 420  
(C) 435  
(D) 450  
(E) 465

13. 城市 Y 沿一条直的街道每隔 15 英尺安装 30 个停车计价器, 在第一个计价器和最后一个计价器之间的英尺数是多少?

解: 在第一个计价器与最后一个计价器间隔了 29 个 15 英尺的距离。读者体会此类考题, 关键在于  $(n+1)$  个元素才能隔开  $n$  个距离, 例如 3 个 meter 才能分开两个 15 英尺的距离。

$$29 \times 15 = 435$$

所以 (C) is correct.



All faces of the solid above are rectangular.

14. The length of diagonal MN 15

14. 解: 这是一个长方体。高都与底面垂直, 所以将底面对角线连接, 本题中 M 点与底面相对一点间连上对角线。那么 N 与这一点所构成的高与该对角线垂直, 根据勾股定理:

$$MN^2 = 12^2 + (6^2 + 8^2)$$

$$MN^2 = 244 \quad \text{而} \quad 15^2 = 225$$

所以 (A) is correct.

15. The least common denominator of 15

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \text{ and } \frac{1}{4}$$

15. 解: the least common denominator 最小公分母

所以  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  和  $\frac{1}{4}$  的最小公分母为 12

所以 (B) is correct.

16. A rectangular rug covers half of a rectangular floor that is 9 feet wide and 12 feet long. If the dimensions of the rug are in the same ratio as those of the floor, how many feet long is the rug?

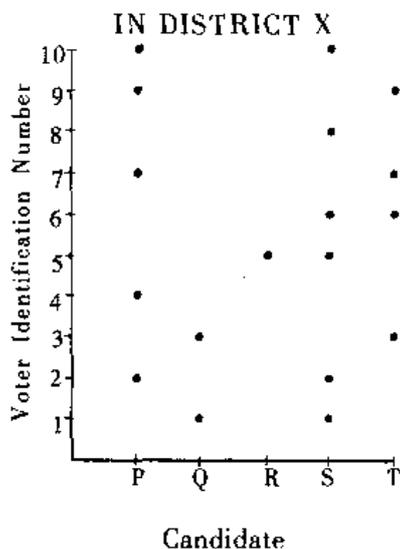
16. 一个长方形的地毯盖住长 9 英尺宽 12 英尺地板的一半, 假如地毯的长和宽的比例与地板长和宽比例相同, 地毯有多长?

解: dimension 指图形的维, 即长方形指长和宽, 长方体指长宽高。

- (A) 6  
 (B)  $\frac{21}{2}$   
 (C)  $2\sqrt{7}$   
 (D)  $6\sqrt{2}$   
 (E)  $4\sqrt{6}$

Questions 17–19 refer to the following graph.

RESULTS OF A SAMPLE OF VOTERS



The graph above shows how a sample of 10 different voters (vertical axis) voted for 5 different candidates (horizontal axis). Each voter voted for either one or two of the five candidates. (No voter voted twice for the same candidate.) The two candidates receiving the most votes were the winners. The sample constituted 5 percent of those in the district who voted, and the number of votes in the district for each candidate was in the same proportion as the number of votes in the sample for each candidate.

17. What fraction of the total number of votes cast did the two winners receive?

- (A)  $\frac{11}{18}$  (B)  $\frac{11}{20}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{3}$  (E)  $\frac{3}{10}$

那么地毯的面积应为地板面积的一半,即  $\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$ , 而地毯长和宽比例也为 12:9。设地毯长为  $x$ , 则宽为  $\frac{9}{12}x$ , 那么  $\frac{9}{12}x \times x = 54, x = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$  所以 (D) is correct。

问题17–19 遵从下列信息:

表头题目: X 地区一个选民样本的选民结果。

左面图表展示了 10 个不同的选民(纵轴), 对 5 个不同的候选人的投票(横轴)。每个选民投票支持 5 个候选人中的 1 个或 2 个(没有投票者对同一候选人投 2 次票)。2 个得到最多选票的候选人为获胜者。该样本为该地区选民总数的 5%, 并且该地区每个候选人得到的选票数目与样本中每个候选人得到选票的数目占了相同比例。

17. 2 个获胜者获得的选票的比例是多少?

解: 由上图, 获胜者为 P 和 S, 分别获得了 5 张和 6 张选票, 而在样本中共有选票 18 张, 所以获胜者获得的选票比例为  $\frac{11}{18}$ 。

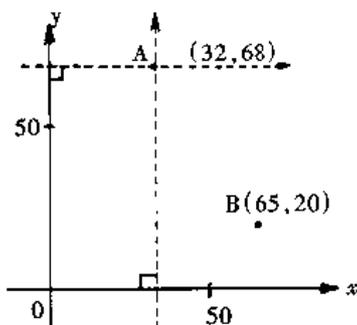
(A) is correct。

18. What percent of the sample voted for at least one of the two winners?

- (A) 11% (B) 20% (C) 55%  
(D) 61% (E) 90%

19. How many votes were cast in district X?

- (A) 18 (B) 90 (C) 200  
(D) 360 (E) 400



20. In the rectangular coordinate system above, the coordinates of points A and B are shown. If the dotted lines represent a second pair of coordinate axes with origin at A, and if the scale is the same on both pairs of axes, what are the coordinates of point B with respect to the second pair of axes?

- (A) (-33, 88) (B) (33, 48)  
(C) (33, -48) (D) (97, 88)  
(E) (97, -88)

21. In a class of 120 students, 60 percent can speak French and the rest can speak only English. If 25 percent of those in the class who can speak French can also speak English, how many of the students in the class can speak English?

- (A) 54 (B) 60 (C) 66 (D) 84 (E) 90

22. A consumer insulates a house with material bought at 20 percent off the list price of

18. 样本中至少赞成 2 个获胜者中的 1 个的百分比是多少?

解: 2 个获胜者为 P, S, 10 人中至少投 2 个获胜者中 1 个的有 9 人, 所以百分比为 90%, (E) is correct.

19. X 地区投了多少张选票?

解: 由样本中共 18 张选票, 占了总选票量的 5%, 所以 X 地区共 360 张选票。所以 (D) is correct.

20. 在一个平面直角坐标轴上, A 点和 B 点的坐标已被展示, 假如虚线代表了原点为 A 的另一坐标系, 并且假如刻度的大小都是相同的, B 点在第二个坐标系中所对应的坐标是多少?

解: 原点由 0 至 A, 则新坐标轴与旧坐标轴的关系应为  $(x - 32, y - 68)$ , 那么 B 点在新坐标轴中的坐标为  $65 - 32 = 33, 20 - 68 = -48$ , 即  $(33, -48)$ , 所以 (C) is correct.

21. 在一个 120 人的班级中, 60% 的人讲法语, 剩下的人只能讲英语。假如讲法语的人中有 25% 的人也可以讲英语, 班级中多少人能讲英语?

解: 班级里讲法语的人中有 25% 讲英语, 则  $120 \times 60\% \times 25\% + 120 \times 40\% = 66$  所以 (C) is correct.

22. 一名消费者以 370 美元标价的 20% 的折扣买材料, 假如消费者同时从材料制造

\$ 370. If the consumer also receives a rebate of \$ 25 from the manufacturer of the material, how much does the material cost the consumer?

- (A) \$ 238 (B) \$ 240 (C) \$ 263  
(D) \$ 271 (E) \$ 325

23. The charge for a telephone call made at 10:00 a. m. from City Y to City X is \$ 0.50 for the first minute and \$ 0.34 for each additional minute. At these rates, what is the difference between the total cost of three 5-minute calls and the cost of one 15-minute call?

- (A) \$ 0.00 (B) \$ 0.16 (C) \$ 0.32  
(D) \$ 0.48 (E) \$ 1.00

24. A widow received  $\frac{1}{3}$  of her husband's estate, and each of her three sons received  $\frac{1}{3}$  of the balance. If the widow and one of her sons received a total of \$ 60,000 from the estate, what was the amount of the estate?

- (A) \$ 90,000  
(B) \$ 96,000  
(C) \$ 108,000  
(D) \$ 135,000  
(E) \$ 180,000

Ms. Rogers bought an electric range on the installment plan. The cash price of the range was \$ 400. The amount she paid was \$ 120 down and 12 monthly payments of \$ 28 each.

25. The amount she paid for the electric range in excess of the cash price

商那里获得 25 美元的折扣, 这个消费者花了多少钱买材料?

解: 20% off the listing price 也指打了 20% 的折, 等同于 at a discount of 20%

$$370 \times (1 - 20\%) - 25 = 271$$

(D) is correct.

23. 从 Y 城向 X 城上午 10 点打电话, 对第一分钟的收费是 0.5 美元, 此后每附加一分钟收 0.34 美元, 以这个电话费率, 打 3 个 5 分钟的电话与打 15 分钟电话之间的差别是多少?

解: 5 分钟的电话费:  $0.5 + 0.34 \times 4 = 1.86$

$$15 \text{ 分钟的电话费: } 0.5 + 0.34 \times 14 = 5.26$$

$$3 \times 1.86 - 5.26 = 0.32,$$

(C) is correct.

24. 一个寡妇继承了她丈夫  $\frac{1}{3}$  的地产, 并且她的 3 个儿子每人继承了剩余部分的  $\frac{1}{3}$ 。假如这个寡妇和她其中的一个儿子共从地产中得到 60000 美元, 地产共值多少钱?

解: balance *n.* 剩余部分, 还可指银行账目中现存的剩余部分

每个儿子继承了剩余部分的  $\frac{1}{3}$ , 则每个儿子

继承了  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ , 那么得到如下等式:

$$\left(\frac{2}{9} + \frac{1}{3}\right)x = 60000,$$

$$x = 108000 \text{ 美元 (C) is correct.}$$

25. 荣格太太购买了一个 <sup>electric range</sup> 电气灶, 这个灶的现金价格为 400 美元, 她付了 120 美元的首期付款, 并且分 12 个月每月支付 28 美元。

解:  $400 + x = 120 + 28 \times 12$

$$x = 56$$

所以 (C) is correct.

注: down = down payment 首期付款

26. The buyer of a certain mechanical toy must choose 2 of 4 optional motions and 4 of 5 optional accessories. How many different combinations of motions and accessories are available to the buyer?

- (A)8 (B)11 (C)15  
(D)20 (E)30

✓ Question 27 - 28 refer to the following information.

A sample of employees were tested on data-entry skills for one hour, and the number of errors ( $x$ ) they made and the percent of employees ( $p$ ) making  $x$  errors were recorded as follows.

Number of Errors $x$	Percent of Employees $p$
0	2%
1	5%
2	10%
3	24%
4	17%
5	20%
6 or more	22%

27. If those employees who made 6 or more errors were removed from the sample and an employee were selected at random from those remaining, what is the probability that the employee selected made no errors?

- (A)  $\frac{1}{11}$  (B)  $\frac{1}{22}$  (C)  $\frac{1}{39}$   
(D)  $\frac{1}{50}$  (E)  $\frac{1}{78}$

28. What was the median number of errors in the sample?

- (A)3  
(B)3.5

26. 一台机械玩具的购买者必须从 4 个可选择的机械装置中选择 2 个, 且从 5 个附件中选择 4 个, 对于购买者来说, 共有多少种不同机械装置和附件的组合?

解: 从 4 个机械装置中选出 2 个为  $C_4^2$ , 而从 5 个附件中选出 4 个为  $C_5^4$

$$C_5^4 \cdot C_4^2 = 30$$

问题 27 - 28 遵从下面的信息:

一个测试职员在一小时中数据输入技巧的样本, 犯错误的数目 ( $x$ ) 和犯该错误数目职员的百分比 ( $p$ ) 如下记录:

27. 假如犯 6 个或 6 个以上错误的职员被移出样本, 并且从剩余职员中随机选出一个职员, 被选出的职员未犯任何错误的概率是多少?

解: 有 6 个或 6 个以上错误的职员的百分比为 22%, 剩余 78% 的职员, 不犯错误的职员占 2%, 则概率为:

$$\frac{2\%}{78\%} = \frac{1}{39}$$

(C) is correct.

28. 样本中犯错误次数的中数是多少?

解: 本题又是求 median, 如果问:

What was the median number of errors?

则 (E) is correct, 但是本题问题最后有 in

- (C)4  
(D)4.5  
(E)It cannot be determined from the information given.

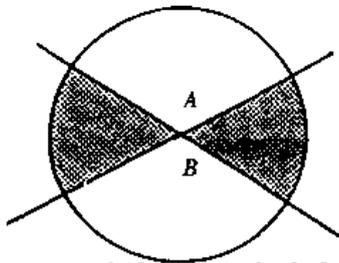
the sample, 指样本中犯错误的中数, 这里应指样本中中间一个人所犯的错误的。注意假如样本中共 100 人, 犯 0 个错误的有 2 人, 1 个错误的有 5 人, 2 个错误的有 10 人, 3 个错误的有 24 人, 4 个错误的有 17 人, 那么按错误数目排序的第 50 人和 51 人均有 4 个错误, 所以中数为 4。

(C) is correct.

## Section Three

✓1. If  $r$  and  $s$  are positive integers, each greater than 1, and if  $11(s - 1) = 13(r - 1)$ , what is the least possible value of  $r + s$ ?

- (A) 2  
(B) 11  
(C) 22  
(D) 24  
(E) 26



The areas of the two shaded regions of the circle are equal.

2. The area of unshaded region A of the circle      The area of unshaded region B of the circle

$d = 5.03894$  and  $\boxed{d}$  is the decimal expression for  $d$  rounded to the nearest thousandth.

✓3. The number of decimal places where  $d$  and  $\boxed{d}$  differ

- The quantity in Column A is greater.  
 The quantity in Column B is greater.  
 The two quantities are equal.

1. 假如  $r$  和  $s$  是正整数, 每个都大于 1, 并且假如  $11(s - 1) = 13(r - 1)$ ,  $r + s$  的最小可能值是多少?

解: the least possible value 最小值

本题依然体现前文所总结的整除原则: 一个数要想被另一个数整除, 必须具有对方所具有的质数因子。那么  $s - 1 = \frac{13(r - 1)}{11}$ ,  $s - 1$  必为一个整数, 所以等式右项必能整除, 而 13 不可能被 11 整除, 则  $r - 1$  必可被 11 整除, 而  $r$  最小值为 12, 同理  $s$  最小值为 14,  $r + s$  最小值为 26, 所以 (E) is correct.

2. 左图中两个阴影区面积相同。

解: 这两条直线未必交在圆心上, 并且题目也未给出这个信息, 两条直线完全可能不在圆心相交也可以导致两阴影面积相同, 则 A 和 B 两区域的面积是否相等也就不一定了。

所以 (D) is correct.

3.  $d$  等于 5.03894 且  $\boxed{d}$  是  $d$  四舍五入到千分位的小数表达。

解: To the nearest 是英文中四舍五入最一般的表达方式。所以  $\boxed{d} = 5.039$ 。本题关键在于精确理解比较左项的意义, 注意: Where 引导的定语从句修饰的是 places, 即左项意义为  $d$  和  $\boxed{d}$  不同的小数位置的数目。 $d$  和  $\boxed{d}$  在千分位, 万分位, 十万分位 3 个位置不同, 所以 (B) is correct.

○ The relationship cannot be determined from the information given.

4. The sum of  $n$  different positive integers is less than 100. What is the greatest possible value of  $n$ ?

(A) 10  
(B) 11  
(C) 12  
(D) 13  
(E) 14

- ✓ 5. In a certain country, a person is born every 3 seconds and a person dies every 10 seconds. Therefore, the birth and death rates account for a population growth rate of one person every

(A)  $3\frac{1}{3}$  sec (B)  $4\frac{2}{7}$  sec (C) 7 sec  
(D)  $11\frac{2}{3}$  sec (E) 13 sec

6. A certain computer program generates a sequence of numbers  $P_1, P_2, \dots, P_n$  by the rules  $P_1 = 1, P_2 = 1$ , and for  $n \geq 3, P_n = P_{n-1} + 2P_{n-2}$ . Which of the following equals  $P_5$ ?

(A) 10 (B) 11 (C) 14  
(D) 15 (E) 17

- ✓ 7. Of the positive integers that are multiples of 30 and are less than or equal to 360, what fraction are multiples of 12?

(A)  $\frac{1}{6}$

4.  $n$  个不同正整数的和小于 100,  $n$  的最大可能值是多少?

解: 本题问  $n$  的最大值, 即个数的最大值, 怎样才能使个数最大呢? 显然加数越小个数越大, 而上文中限制为正整数, 且为不同的正整数, 那么要使个数最多, 只能由  $1+2+3+\dots$  得到。任取  $n=13$ , 则 1 加至 13 的和为 91, 小于 100 而不可能再加上 14, 否则不满足小于 100 的条件。所以 (D) is correct。

5. 在某一个国家, 每 3 秒钟出生一个人, 每 10 秒钟死亡一个人。因此, 这一出生率和死亡率说明该国的人口增长率是多少秒一个人?

解: 每 3 秒 1 个人出生, 那么 1 分钟出生 20 人, 每 10 秒 1 个人死亡, 那么 1 分钟死亡 6 个人, 1 分钟净出生 14 人, 折合为秒为  $\frac{60}{14} = 4\frac{2}{7}$  秒, 所以人口增长率为  $4\frac{2}{7}$  秒每人, 所以 (B) is correct。

6. 某计算机程序产生一系列数字  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , 根据规则  $P_1 = 1, P_2 = 1$ , 并且对于  $n \geq 3, P_n = P_{n-1} + 2P_{n-2}$ , 下列哪一个等于  $P_5$ ?

解:  $P_3 = P_2 + 2P_1 = 1 + 2 = 3$   
 $P_4 = P_3 + 2P_2 = 3 + 2 = 5$   
 $P_5 = P_4 + 2P_3 = 5 + 6 = 11$   
所以 (B) is correct。

7. 在 30 的倍数并且小于等于 360 的正整数中, 12 的倍数占了几分之几?

解: 关键在于理解“of”这个介词的作用。意为“在...中”, 而 that 引导的定语从句修饰这些正整数, fraction 意为分数, what

- (B)  $\frac{1}{5}$   
 (C)  $\frac{1}{3}$   
 (D)  $\frac{2}{5}$   
 (E)  $\frac{1}{2}$

8. Nine pieces of paper numbered consecutively from 1 to 9 are put into a hat. If one piece of paper is drawn at random from the hat, what is the probability that it will have an even number?

- (A)  $\frac{1}{9}$  (B)  $\frac{2}{9}$  (C)  $\frac{4}{9}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E)  $\frac{5}{9}$

9. The integers between 1 and 100, inclusive, are put in list A if they are divisible by 2 and in list B if they are divisible by 3. How many integers in list A are not in list B?

- (A) 11  
 (B) 16  
 (C) 25  
 (D) 33  
 (E) 34

fraction 译为几分之几? 读者应仔细体会这种问题方式以及对句子结构的认识。这些 30 的倍数并且小于等于 360 的数共 12 个, 而即是 30 的倍数, 又是 12 的倍数, 它一定是 60 的倍数。在这 12 个正整数中, 60 的倍数占了几分之几呢? 60 的倍数在这 12 个数中共有 6 个, 所以  $\frac{1}{2}$  是正确答案。

(D) is correct.

8. 从 1 至 9 标出的 9 片纸放入一个帽子中, 假如 1 片纸从帽子中随机抽出, 它将是偶数的概率是多少?

解: 1 至 9 中偶数有 2、4、6、8, 那么随机抽出 1 张纸是偶数的概率为  $\frac{4}{9}$ , 所以 (C) is correct.

9. 在 1 至 100 的整数中, 包括 1 和 100, 假如能被 2 整除, 就被放入 A 中, 假如能被 3 整除就被放入 B 中, 有多少数在 A 中而不在 B 中?

解: 1 至 100 中能够被 2 整除的数显然是 50 个, 而如何算能够被 3 整除的数呢? 下面有一个经验公式, 求能够被  $n$  整除的数的个数:

$$\frac{\text{最大被 } n \text{ 整除数} - \text{最小被 } n \text{ 整除数}}{n} + 1$$

对于 1 至 100 中被 3 整除的数的个数:

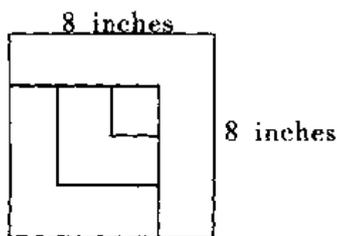
$$\frac{99 - 3}{3} + 1 = 33 \text{ 个}$$

而 A 和 B 中存在一些交集, 交集为能够被 6 整除的数。1 至 100 中被 6 整除的数的个数为:

$$\frac{96 - 6}{6} + 1 = 16 \text{ 个}$$

那么在 A 中, 而不在 B 中的数为  $50 - 16 = 34$

(E) is correct.



10. The figure above shows a large square formed by fitting three L-shaped tiles and one small square tile together. If a rectangular floor 10 feet by 12 feet is to be tiled in large squares of this design, how many L-shaped tiles will be needed?

(A) 810 (B) 405 (C) 270  
(D) 135 (E) 45

11. A manufacturer packages soap powder in containers of three different sizes. The amount of soap powder in a full large container could fill exactly 3 of the medium containers or exactly 5 of the small containers. If an equal number of small and large containers are to be filled with the amount of soap powder that would fill 90 medium containers, how many small containers will be filled?

(A) 25  
(B) 27  
(C) 30  
(D) 45  
(E) 54

12. The daily rate for a hotel room that sleeps 4 people is \$39 for one person and  $x$  dollars for each additional person. If 3 people take the room for one day and each pays \$21 for the room, what is the value of  $x$ ?

(A) 6

10. 左面图形展示了由 3 个 L 形的瓦与 1 个正方形的瓦所形成的大正方形。假如 1 个长为 12 英尺宽为 10 英尺的长方形地板被贴上这种设计的大正方形, 需要多少 L 形的瓦?

解: 本题是 1992 年 2 月国内考题中的一道不算分的考题, 其中涉及了英制中单位换算:

$1 \text{ foot} = 12 \text{ inches}$ , 但这种情况在以后的国内考题中从未出现过。长方形地板的长和宽换算成英寸为 120 inches by 144 inches, 所以面积为:  $120 \times 144 = 17280$

$$17280 \div (8 \times 8) = 270$$

因为一个正方形由 3 个 L 形构成, 而本题问 L 形的数目:  $270 \times 3 = 810$

所以 (A) is correct。

11. 一名制造商把洗衣粉放在不同尺寸的容器中, 在大的容器中的洗衣粉的量可以放满 3 个中型容器或 5 个小容器中, 假如相同数目的小容器和大容器所盛的洗衣粉可以被放入 90 个中型容器中, 问小容器的数目是多少?

解: 设大容器中可以盛  $x$  的洗衣粉, 则中型容器中可以盛  $\frac{1}{3}x$ , 而小容器中可以盛  $\frac{1}{5}x$ , 设可以装入 90 个中型容器中的洗衣粉可以放入  $y$  个大容器和  $y$  个小容器中, 则得到下列等式:

$$(x + \frac{1}{5}x)y = 90 \times \frac{1}{3}x$$

$$y = 25$$

所以 (A) is correct。

12. 可以住 4 个人的旅馆房间每天的收费是 1 个人 39 美元, 并且每多 1 人为  $x$  美元。假如 3 个人住该屋 1 天, 并且每人付 21 美元,  $x$  的值是多大?

解: 本题需注意的是这是一个可以住 4 个人的房间, 并不是已经住了 4 个人, 也不是像许多考生认为的那样不管住几个人收

- (B) 8  
(C) 12  
(D) 13  
(E) 24

费都是一样的,而是住一个人 39 美元,住两人  $39 + x$  美元,住 3 个人  $39 + 2x$  美元,那么  $39 + 2x = 21 \times 3$   
 $x = 12$  所以 (C) is correct.

13. The product of two consecutive positive integers CANNOT be

- (A) a prime number  
(B) divisible by 11  
(C) a multiple of 13  
(D) an even number less than 10  
(E) a number having 4 as its units digit

13. 两个连续正整数的积不能是:

解:对于此类数字规律题应当找反例,采用排除法。(A)不对,因为惟一的例外是  $1 \times 2 = 2$ 。(B)显然不对,如 11, 12 等等。(C)同理不对,如 13, 14。(D)是一个偶数是肯定的,但完全可以大于 10,所以不对。(E)找不到反例,两个连续正整数的和个位数不可能为 4。所以 (E) is correct.

14. If  $y$  is the average (arithmetic mean) of  $n$  consecutive positive integers,  $n > 1$ , what is the sum of the greatest and least of these integers?

- (A)  $2y$             (B)  $ny$   
(C)  $\frac{y}{2}$   
(D)  $\frac{y}{n}$   
(E)  $\frac{2n}{y}$

14. 假如  $y$  是  $n$  个连续正整数的算术平均数,  $n > 1$ , 这些数的最大值和最小值的和是多少?

解:因为这是  $n$  个连续正整数,其算术平均值为  $y$ ,则最大值和最小值的算术平均值也为  $y$ ,这是连续正整数的性质。读者仔细体会前文中关于这些性质的介绍。由此,最小值和最大值的和为两倍的算术平均值,即为  $2y$ ,所以 (A) is correct.

15. A buzzer sounds every 15 minutes. If the buzzer sounded at 12:40, which of the following could be a time at which the buzzer sounded?

- (A) 4:05  
(B) 5:30  
(C) 6:45  
(D) 7:15  
(E) 8:10

15. 一个蜂鸣器每隔 15 分钟响一次,假如蜂鸣器在 12:40 响了,下列哪一个可以是蜂鸣器响的时间?

解:蜂鸣器每 15 分钟响一次,而 12:40 响了,则蜂鸣器可能响的时间可能是一个小时中的 55 分、10 分、25 分和 40 分,那么只有 (E) 满足这一可能。  
所以 (E) is correct.

16. The yearly rent for a rectangular office with dimensions 100 feet by 200 feet at the

\$ 500,000

16. 解:比较左项为宽 100 英尺、长 200 英尺的长方形办公室以年租费每平方英尺 20 美元的租金出租。  
注意 dimension 指长和宽。

annual rate of \$ 20  
per square foot

$$100 \times 200 \times 20 = 400000 \$$$

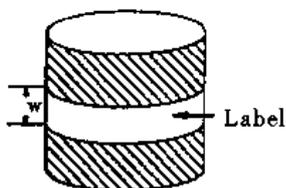
所以 (B) is correct.

$$x > z$$

$$y > z$$

17.  $x + y$

$z$



A rectangular label is attached to a right circular cylinder with radius  $r$ . The label, which encircles the cylinder without overlap, has width  $w$  and an area equal to the area of the base of the cylinder.

18.

$w$

$r$

19. A positive integer with exactly two different divisors greater than 1 must be

- (A) a prime
- (B) an even integer
- (C) a multiple of 3
- (D) the square of a prime
- (E) the square of an odd integer

17. 解: 这是一道易粗心、犯错的考题, 许多考生认为既然  $x > z, y > z$ , 则  $x + y > 2z$ , 所以  $x + y$  就大于  $z$ , 这是不对的。因为  $z$  可能是负数, 例如:  $-1 > -2, -1.5 > -2$ , 那么  $x + y = -2.5$  就小于  $-2$  了, 所以本题应为无法判断。

(D) is correct.

18. 一个长方形的检签被贴在半径为  $r$  的直圆柱上。该标签围绕圆柱体不重叠, 宽度为  $w$ , 并且其面积等于圆柱体底面的面积。

解: 由于该标签围绕圆柱体且不重叠, 所以其长度为  $2\pi r$ , 则面积为  $2\pi r \cdot w$  (因为这是一个长方形的标签), 圆柱体底面积为  $\pi r^2$ 。

$$2\pi r \cdot w = \pi r^2, \therefore w = \frac{r}{2}$$

所以 (B) is correct.

19. 仅有两个不同的大于 1 的因子的正整数一定是:

解: 本题的问题须仔细理解, 意为一个正整数只有两个不同的大于 1 的因子, 这个正整数一定是什么样的数。许多考生使用排除法得到本题的正确答案。(A) 质数只有 1 个大于 1 的因子, 而不是 2 个。(B) 找出 9 有 3 和 9 两个不同的大于 1 的因子, 而 9 不是偶数。(C) 可以找出例如 81 这样的 3 的倍数, 其大于 1 的因子有 4 个。(D) 找不出任何反例。(E) 可找出 9 是一个奇数, 其平方 81 的大于 1 的不同因子有 4 个。所以 (D) 对。虽然这种方法确实得到了正确答案, 但这种方法不对。因为本题为具有 2 个大于 1 的不同因子的数一定是什么样的数, 并不一定这

样的数都具有 2 个大于 1 的不同因子。例如有这样一个选择: 4 and odd numbers, 这也是一个正确答案, 但这里的数并不都具有这个性质。本题不应当用这种找反例的排除法, 而是找这个选项是否包含了所有的具有这个性质的数。这样排除诸如 (E) 找出 4 也具有这个性质, 而它不是奇数的平方, 所以 (E) 不对。也可以用前面所介绍的因子数的求解公式。具有两个不同大于 1 的因子的数, 共有 3 个因子, 而因子数求解公式中只有质数的平方才具有 3 个因子, 所以 (D) is correct。

20. Three red marbles and 2 white marbles are placed in an empty box. One marble at a time is to be selected randomly and removed from the box until all 5 marbles have been removed. What is the probability that each of the first 3 marbles removed will be red?

- (A)  $\frac{1}{32}$   
 (B)  $\frac{1}{20}$   
 (C)  $\frac{1}{10}$   
 (D)  $\frac{1}{2}$   
 (E)  $\frac{3}{5}$

20. 3 个红色弹珠和 2 个白色弹珠被放在一个空盒子中, 每次随机选择 1 个弹珠并且取到 5 个弹珠都被取出来。前 3 个被取出的弹珠全是红色的概率是多大?

解: 第一次取出红色弹珠的概率为  $\frac{3}{5}$ , 第二次取出红色弹珠的概率为  $\frac{3}{4}$ , 第三次取出红色弹珠的概率为  $\frac{1}{3}$ 。因为第一次取出后, 盒子中剩 2 红 2 白, 而第二次取出后盒子中剩 2 白 1 红, 则前三次取出的都是红色的概率为:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$$

所以 (C) is correct。

21. A circular flower bed is inscribed in a flat, square garden plot that measures  $x$  meters on each side.

The fraction of the garden plot area that is <u>not</u> part of the flower bed if $x = 50$ meters	The fraction of the garden plot-area that is <u>not</u> part of the flower bed if $x = 45$ meters
---------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------

21. 一个圆形的花圃内切在一个平面的边长为  $x$  米的正方形的花园中。

解: 左项为  $x = 50$  时花园中不是花圃的比例, 右项是  $x = 45$  时花园中不是花圃的比例。该比例为:

$$\frac{x^2 - \pi\left(\frac{x}{2}\right)^2}{x^2} = 1 - \frac{\pi}{4}, \text{由此可见 } x^2 \text{ 已被}$$

消掉, 所以半径多大与该比例无关。

所以 (C) is correct。

$$x > y \text{ and } xy \neq 0$$

$$22. \frac{x+y}{x} \qquad \frac{x+y}{y}$$

23. The number that is as much greater than 63 as it is less than 101

84

24. What is the ratio of the perimeter of a pentagon with each side of length 6 to the perimeter of an octagon with each side of length 6?

- (A)  $\frac{5}{6}$     (B)  $\frac{4}{5}$     (C)  $\frac{3}{4}$   
(D)  $\frac{2}{3}$     (E)  $\frac{5}{8}$

A K-number is a positive integer with the special property that 3 times its units' digit is equal to 2 times its tens' digit.

25. The number of K-numbers between 10 and 99

3

$$n = 2^4 \cdot 5^6$$

K is an integer.

$10^k$  is a factor of  $n$ .

26. The greatest possible value of  $10^k$

10,000

22. 解:这是一个易犯错误的考题,读者在考试中解此类考题时一定要小心考虑正负数的问题。 $x, y$  取正数,取负数和  $x$  为正  $y$  为负时所得到的结果是不同的,所以本题无法判断。

(D) is correct.

23. 解:左项为比 63 大的量与比 101 小的量相同的数,注意这个 that 引导的定语从句修饰前面的 the number,而 as much as 指什么和什么一样多,那么设该数为  $x$ :

$$x - 63 = 101 - x$$

$$x = 82$$

所以(B) is correct.

24. 边长为 6 的五边形的周长与边长为 6 的八边形周长的比率是多少?

解: pentagon  $n$ . 五边形

octagon  $n$ . 八边形

$$\frac{6 \times 5}{6 \times 8} = \frac{5}{8}$$

所以(E) is correct.

25. K 整数是一个具有 3 倍的个位数等于 2 倍的十位数的特性的正整数。左项为 10 到 99 之间的 K 整数的数目。

解:K-number 为本题中定义的一个函数,其个位与十位关系为:

$$3m = 2n \quad (m \text{ 为个位数}, n \text{ 为十位数})$$

$$m_1 = 2 \quad n_1 = 3$$

$$m_2 = 4 \quad n_2 = 6$$

$$m_3 = 6 \quad n_3 = 9$$

满足上面方程的有三个数分别为:32, 64, 96, 所以(C) is correct.

26. 解: $10^k$  是  $n$  的一个因子,则  $10^k \leq 2^4 \cdot 5^6$ ,

$$2^4 \cdot 5^6 = 2^4 \cdot 5^4 \cdot 5^2 = 10^4 \cdot 5^2$$

所以  $10^k$  的最大可能值为  $10^4 = 10000$ ,

所以(C) is correct.

**Question 27 - 28 refer to the following information.**  
**AVERAGE COSTS TO OPERATE THREE TYPES OF CARS**  
**OVER A FOUR - YEAR PERIOD**  
**(based on 15,000 miles per year)**

	Standard Car	Compact Car	Subcompact Car
Purchase Price	\$ 8,000	\$ 5,600	\$ 4,800
Interest	2,112	1,479	1,267
Insurance	2,000	2,000	2,000
Maintenance/Tires	1,120	1,080	920
Fuel * /Oil	6,429	4,500	3,000
Subtotal	19,661	14,659	11,987
Resale Value	- 2,000	- 1,400	- 1,200
Total Cost to Operate the Car	\$ 17,661	\$ 13,259	\$ 10,787

**AVERAGE ANNUAL SAVINGS \* THROUGH CAR - POOLING TO WORK**  
**RATHER THAN DRIVING ALONE**

Type of Car	Annual Cost Driving to Work Alone	Annual Savings Per Person			
		2-person Car Pool	3-person Car Pool	4-person Car Pool	5-person Car Pool
Standard	\$ 2,491	\$ 1,146	\$ 1,544	\$ 1,719	\$ 1,843
Compact	1,870	860	1,159	1,290	1,384
Subcompact	1,521	700	943	1,050	1,126

\* Based on \$ 1.50 per gallon for fuel.

**Question 27 - 28**

27. If the cost of oil is negligible, what is the mileage (average miles per gallon of fuel) of a compact car?
- (A) 13  
 (B) 18  
 (C) 20  
 (D) 25  
 (E) 28

本题为依据图表中数据解题,需注意数字及限制性语言。

27. 假如 oil 的成本可以忽略,小型汽车的里程是多少?(里程指每加仑汽油的平均英里数)

解: negligible [ˈneglɪdʒəbl̩] adj. 可以忽略不计的  
 本题为求里程,须知道总英里数及总加仑数。读题中由注释说明中的“base on 15,000 miles per year”及“Based on \$ 1.5 per gallon for fuel”,可以得到总英里数为 15,000 英里,但注意限制性语言“per year”,而由第一个图表中的花费为“four-

28. If 2 people, who would otherwise be driving alone in subcompact cars, drive in a 2-person car pool using subcompact cars, what is the total of their average annual costs of transportation to work?
- (A) \$ 821  
 (B) \$ 1,400  
 (C) \$ 1,521  
 (D) \$ 1,642  
 (E) \$ 2,342

year”,找到图表中的第五栏中 Fuel/Oil,但 Oil 可以忽略不计,则得到 Fuel 的 4 年的花费为 \$ 4500,而每年花费为  $\$ 4500/4 = \$ 1125$ ,由汽油价格为  $\$ 1.5/\text{gallon}$ ,则  $\$ 1125/\$ 1.5 = 750$  gallons,每年的总英里数为 15,000 英里。 $15,000/750 = 20$  miles/gallon,所以 (C) is correct。

28. 假如 2 个人本来可能单独驾驶超小型汽车,现在驾驶 1 辆双座的超小型汽车,他们每年交通的总花费是多少?

解:本题图表 2 中给出了单独驾驶的花费和驾驶二,三,四,五座的汽车的节省,注意“Annual Saving Per Person”,则 2 人若分别单独驾驶,则花费为  $\$ 1521 \times 2 = \$ 3042$ ,而 2 人若驾驶双座超小型汽车每人节省 \$ 700,则共节省  $\$ 700 \times 2 = \$ 1400$ ,则 2 人每年交通总花费为  $\$ 3042 - \$ 1400 = \$ 1642$ ,则 (D) is correct。

## Section Four

1. One integer will be randomly selected from the integers 11 to 60, inclusive. What is the probability that the selected integer will be a perfect square or a perfect cube?

- (A) 0.1  
(B) 0.125  
(C) 0.16  
(D) 0.5  
(E) 0.9

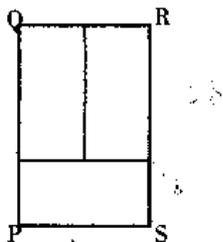
2. In a series of races, 10 toy cars are raced, 2 cars at a time. If each car must race each of the other cars exactly twice, how many races must be held?

- (A) 40 (B) 90 (C) 100  
(D) 180 (E) 200

$$\frac{n}{4} + \frac{r}{8} = \frac{s}{3} + \frac{t}{6}$$

$n, r, s,$  and  $t$  are positive integers.

3.  $2n + r$   $2s + t$



4. The three small rectangles have the same dimensions.

$$\frac{PS}{RS}$$

$$\frac{1}{2}$$

1. 一个整数从 11 至 60 的整数中随机选出, 包括 11 和 60, 被选出的数字是一个完全平方数或完全立方数的概率是多少?

解: perfect square 完全平方数 perfect cube 完全立方数

11 至 60 间完全平方数有  $4^2 = 16, 5^2 = 25, 6^2 = 36, 7^2 = 49$ ; 完全立方数有  $3^3 = 27$ , 共 5 个数, 11 至 60 之间共 50 个数, 所以概率为  $5/50 = 0.1$ , (A) is correct.

2. 在一系列比赛中, 10 辆玩具汽车进行比赛, 每次 2 辆。假如每辆汽车和其他各辆汽车必须比赛 2 次, 一共有多少次比赛?

解: 10 辆车中, 每辆车与另一辆车比赛 1 次, 共有  $C_{10}^2$  次, 表示从 10 辆汽车中任选 2 辆车比赛, 共 45 次, 而比赛 2 次共  $2 \times C_{10}^2 = 90$  次, (B) is correct.

3. 解: 这是一道易粗心的题, 考生做此类题时一定要小心

$$\text{设 } \frac{n}{4} + \frac{r}{8} = x = \frac{s}{3} + \frac{t}{6}$$

那么  $2n + r = 8x$  而

$$2s + t = 6x$$

上面都是正整数, 所以  $8x > 6x$ , (A) is correct.

4. 解: 左面的长方形有相同的长和宽。dimension 指长宽高等描述图形的量, 相同的 dimension 指长和宽都分别相同。

$$\frac{PS}{RS} = \frac{2}{3}$$

(A) is correct.

5. In the  $xy$ -coordinate system, the point  $(x, y)$  lies on the circle with equation  $x^2 + y^2 = 1$

$$x + y \qquad 1.01$$

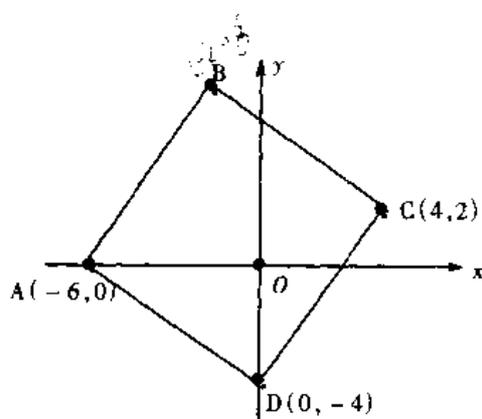
- The quantity in Column A is greater.  
 The quantity in Column B is greater.  
 The two quantities are equal.  
 The relationship cannot be determined from the information given.

6. If  $n = pqr$ , where  $p$ ,  $q$ , and  $r$  are three different positive prime numbers, how many different positive divisors does  $n$  have, including 1 and  $n$ ?

(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

In the rectangular coordinate system, line  $k$  passes through the points  $(0, 0)$  and  $(4, 8)$ ; line  $m$  passes through the points  $(0, 1)$  and  $(4, 9)$ .

7. The slope of line  $k$       The slope of line  $m$



8. In the figure above, ABCD is a square.

What are the coordinates of point B?

- (A)  $(-4, 2)$   
(B)  $(-2, 4)$

5. 在  $xy$  坐标系中, 点  $xy$  位于方程  $x^2 + y^2 = 1$  的圆上。

解:  $x^2 + y^2 = 1$  指一个以原点为圆心, 半径为 1 的圆,  $x + y$  的最大值在第一象限, 在原点连线与  $x$  轴成  $45^\circ$  的线与圆的交点上, 那一点坐标为  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ , 则  $x + y = \sqrt{2}$ , 而  $x + y$  在圆与  $x$  轴交点上和为 1, 所以无法判断。

(D) is correct.

6. 假如  $n = pqr$ ,  $p, q, r$  是 3 个不同的正质数,  $n$  有多少个不同的因子, 包括 1 和  $n$ ?

解: 由因子数求解公式  $n = p \cdot q \cdot r$ ,  $p, q, r$  为质数的因子数为  $(1+1)(1+1)(1+1) = 8$  个, (E) is correct.

7. 在一个平面直角坐标轴中, 直线  $K$  通过  $(0, 0)$  和  $(4, 8)$  两点, 直线  $m$  通过  $(0, 1)$  和  $(4, 9)$  两点。

解: slope 斜率

$$\text{slope} = \frac{\text{the difference of } y}{\text{the difference of } x}$$

$$\text{slope}(K) = \frac{8-0}{4-0} = 2$$

$$\text{slope}(m) = \frac{9-1}{4-0} = 2$$

(C) is correct.

8. 左上面的图形中, ABCD 是一个正方形, B 点的坐标是多少?

解: 由 ABCD 是一个正方形, 其对角线垂直平分, 那么 A 点与 C 点连线的中点坐标为:

$$x = \frac{-6+4}{2} = -1, y = \frac{0+2}{2} = 1$$

即中点为  $(-1, 1)$ , 则设 B 点坐标为  $(x', y')$

$$-1 = \frac{0+x'}{2}, 1 = \frac{-4+y'}{2}$$

$x' = -2, y' = 6$ , 所以 B 点为  $(-2, 6)$

(C) is correct.

- (C)(-2,6)  
 (D)(4,-6)  
 (E)(6,-2)

The median of 10, 15,  $x$  and  $y$  is 18.5, and  $x < y$ .

9. 

$x$	22
-----	----
- The quantity in Column A is greater.  
 The quantity in Column B is greater.  
 The two quantities are equal.  
 The relationship cannot be determined from the information given.

10. The cost, in dollars, for an appliance repair at a certain company is  $1.2p + 20h$ , where  $p$  is the wholesale price of the parts, in dollars, and  $h$  is the number of hours it takes to repair the appliance. What is the cost of repairing an appliance if the wholesale price of the parts is \$15 and it takes 2 hours to repair it?
- (A) \$12 (B) \$18 (C) \$20  
 (D) \$40 (E) \$58

An identification code read from left to right consists of 2 digits, a dash, 3 digits, a dash, and then 4 digits. Each digit can be any number from 0 through 9.

11. The number of different identification codes possible  $10^9$

12. Three salespeople are paid commissions in proportion to the amount of their sales, which total \$25,000, \$40,000, and \$60,000, respectively. If a total of \$20,000 is allocated for these three com

9. 10, 15,  $x$  和  $y$  的中数是 18.5, 并且  $x < y$ ,

解: 因为 median 是 18.5, 且  $x < y$ , 则  $x > 15$ , 否则无法满足中数为 18.5, 则:

$$\frac{15 + x}{2} = 18.5, x = 22$$

所以 (C) is correct.

10. 修理某公司一设备的成本, 以美元计, 为  $1.2P + 20h$ ,  $P$  是零件的批发价格,  $h$  是修理设备所费的小时数。假如零件的批发价是 15 美元, 并且花了 2 个小时修理, 那么修理这个设备的成本是多少钱?

解: wholesale price 指批发价格

$$1.2 \times 15 + 2 \times 20 = 58$$

所以 (E) is correct.

11. 一个识别密码由左至右包括 2 个数字, 1 个连字符号, 3 个数字, 1 个连字符号, 然后是 4 个数字, 每个数字可以是由 0 至 9 的任一个数字。

解: dash 指连字符号, 如 789 ~ 234 中的“~”。共 9 个数字, 每个数字都可能是 0 至 9 的 10 个数字中的一个, 所以共  $10^9$  种可能。(C) is correct.

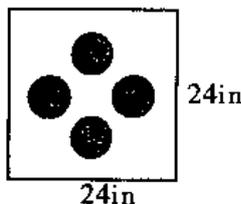
12. 3 名推销员的佣金与他们的销售额成正比, 他们的销售额分别为 25000 美元, 40000 美元和 60000 美元, 假如共 20000 美元被拨出作为 3 人佣金, 最多的佣金所付的量为多大?

missions, what is the amount of the largest commission paid?

- (A) \$ 8,000 (B) \$ 8,400  
(C) \$ 9,600 (D) \$ 10,000  
(E) \$ 12,000

In a rectangular coordinate system, line  $k$  has  $x$ -intercept 4 and slope  $-2$ .

13. The  $y$ -intercept of  $k$  is



14. A square dart board has four dark circular regions of radius 3 inches, as shown in the design above. Each point on the dart board is equally likely to be hit by a dart that hits the board. What is the probability that a dart that hits the board will hit one of the circular regions?

- (A)  $\frac{\pi}{16}$  (B)  $\frac{\pi}{48}$  (C)  $\frac{\pi}{64}$   
(D)  $\frac{1}{3}$  (E)  $\frac{1}{4}$

15. An experiment has three possible outcomes,  $I$ ,  $J$ , and  $K$ . The probabilities of the outcomes are 0.25, 0.35, and 0.40, respectively. If the experiment is to be performed twice and the successive outcomes are independent, what is the probability that  $K$  will not be an outcome either time?

解: 设最多的佣金所付的量为  $x$  美元, 则得到如下比例式:

$$\frac{60000}{25000 + 40000 + 60000} = \frac{x}{20000}$$

$$x = 9600 \text{ 美元}$$

(C) is correct.

13. 在一个平面直角坐标系中, 直线  $K$  在  $x$  轴的截距为 4, 斜率为 2。

解:  $x$ -intercept 指  $x$  轴的截距, slope 指斜率,  $y$ -intercept 指  $y$  轴截距。

该直线方程为  $y = -2(x - 4) = -2x + 8$  则  $y$  轴截距为 8。

所以 (A) is correct.

14. 1 个正方形的标枪板有 4 个圆形的黑色区域, 每个半径为 3 英寸, 如上面所示, 标枪板上的每个点被 1 支标枪以相同概率击中, 标枪击中 3 个圆形区域中的 1 个的概率是多大?

解: 本题其实是问 4 个圆形区域在标枪板上, 所占面积的比例是多大, 也就是击中圆形区域的概率。

$$\frac{4\pi(3)^2}{24 \times 24} = \frac{\pi}{16}$$

所以 (A) is correct.

15. 一个实验有 3 个可能的结果  $I$ ,  $J$  和  $K$ 。这些结果出现的概率分别为 0.25, 0.35 和 0.4, 假如实验被连续进行 2 次, 并且连续的结果之间相互独立,  $K$  不是任一次结果的概率有多大?

解:  $K$  不是第一次的结果概率为:

$$1 - 0.4 = 0.6$$

同理  $K$  不是第二次的结果的概率也为

- (A)0.36 (B)0.40 (C)0.60  
(D)0.64 (E)0.80

The geometric mean of any two positive numbers  $x$  and  $y$  is  $\sqrt{xy}$ .

16. The geometric mean of 4 and 8 The average (arithmetic mean) of 4 and 8

$$2AF = AB = BD = DE = AE$$

17. The sum of the area of triangular region  $ABF$  and the area of triangular region  $CDE$  The area of rectangular region  $BCEF$

0.6, 两次结果之间也相互独立, 所以  $0.6 \times 0.6 = 0.36$ 。(A) is correct.

16. 任两个正整数  $x, y$  的几何平均值是  $\sqrt{xy}$ 。

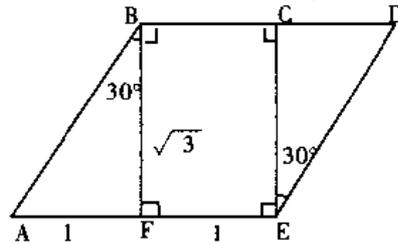
解: 4 和 8 的几何平均值为  $\sqrt{4 \times 8} = 4\sqrt{2}$

4 和 8 算术平均值为  $\frac{4+8}{2} = 6$

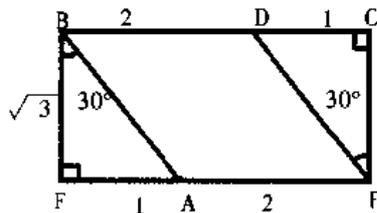
$\sqrt{2} = 1.414$ , 所以  $4\sqrt{2} < 6$ 。

其实有这么一个规律, 算术平均值总是大于等于几何平均值, 等号仅仅在两数相等时才成立。(B) is correct.

17. 解: 左项为  $\triangle ABF$  的面积与  $\triangle CDE$  面积之和, 右项为长方形  $BCEF$  面积。则存在两个三角形和一个长方形, 且两三角形的一边为长方形的一边, 那么读者看下面这个图形, 完全满足  $2AF = AB = BD = DE = AE$ ,



那么  $\triangle ABF$  与  $\triangle CDE$  面积之和为长方形  $BCEF$  面积。但读者再体会下面这个图形同样满足上面所示的边长关系。



那么显然  $\triangle ABF$  与  $\triangle CDE$  的面积不等于长方形  $BCEF$  的面积, 中间多了一个四边形  $BDEA$ , 所以本题为无法判断, (D) is correct.



20. On Saturday of last week, Market X was open for 15 hours and exactly four cashiers worked. What was the greatest possible amount that the market could have paid in cashiers' wages for that day?

- (A) \$ 132.00      (B) \$ 157.50  
(C) \$ 161.25      (D) \$ 163.00  
(E) \$ 165.00

21. If Market X is open 96 hours per week, for how many hours last week were two cashiers working at the same time?

- (A) 49    (B) 48    (C) 36  
(D) 24    (E) 12

22. If Cashier S's hourly wage were to increase by 10 percent and S's weekly hours were to decrease by 10 percent from last week's total hours, what would be the change, if any, in S's total weekly wage?

- (A) An increase of \$ 1.37  
(B) An increase of \$ 0.55  
(C) No change  
(D) A decrease of \$ 0.55  
(E) A decrease of \$ 1.37

23. Each of the following numbers has two digits blotted out. Which of the numbers could be the number of hours in  $x$  days, where  $x$  is an integer?

- (A) 25■, ■06

20. 在上一周的周六,市场 X 开业 15 小时,并且 4 名出纳员工作,那一天市场付给出纳员最大的工资量是多少?

解:本题问最大可能的工资量,则使工资高的出纳员工作最大限度,且任何时候 2 人同时工作,则 S, T 各工作 12 小时, R, Q 各工作 3 小时,工资量为:

$$(5.5 + 5.5) \times 12 + (5 + 4.75) \times 3 \\ = 161.25$$

所以(C) is correct。

21. 假如市场 X 每周开业 96 小时,上一周有多少小时出纳员同时工作?

解:出纳员工作总小时数为:

$$40 + 32 + 26 + 25 + 22 = 145 \text{ 小时}$$

出纳员同时工作的小时数为:

$$145 - 96 = 49 \text{ 小时}$$

所以(A) is correct。

22. 假如出纳员 S 每小时工资增长 10% 并且 S 每周工作小时数比上一周下降 10%, S 每周总工资的变化是多少?

解:S 上周小时工资为 \$ 5.5/小时,则增长后的工资为

$$5.5 \times (1 + 10\%) = 6.05$$

而 S 工作小时数比上周下降 10% 则 S 共工作了:

$$25 \times (1 - 10\%) = 22.5$$

则 S 总工资为:

$$22.5 \times 6.05 = 136.125$$

则工资变化为  $5.5 \times 25 - 136.125 = 1.375$ , 所以(E) is correct。

23. 下列数中的每一个都有两个数字被涂掉。下列哪一个是  $x$  天的小时数,  $x$  是一个整数?

解:本题又是一个整除题,记住整除的原则:一个数要想被另一个数整除,必须具有该

- (B) 50■, ■26  
 (C) 56■, ■02  
 (D) 62■, ■50  
 (E) 65■, ■20

数所具有的所有的质数因子。因为满足答案的数必须是  $x$  天的小时数, 即是 24 的倍数。  $24 = 2^3 \cdot 3$ 。

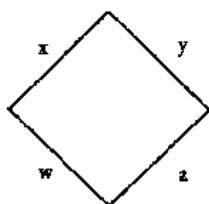
例如(A)要想被 24 整除则  $\frac{25■, ■06}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}$ , 即分子必须满足三次被 2 整除和一次被 3 整除。能够被 3 整除的数的特性是各个数位上的数的和能够被 3 整除, 由于该数百位、千位数未知, 所以易满足被 3 整除, 而被 2 整除的数的特性为个位数字为偶数, 而当上下各消去一个 2 的因子后, 分子个位一定变为 3, 不能满足再消去两个 2 的因子的要求, 所以(A)不对, 同理(B)消去一个 2 的因子后个位数也一定是 3, 所以(B)也不对, 对于(C)被 2 整除后分子的个位数变为 1, (C)也被排除, (D)被 2 整除后个位为 5, (D)不对。(E)可以满足三次被 2 整除。例如百位为 1, 千位为 4, 则可以被 24 整除, 所以(E)为正确答案。本题还可采用另一种方法, 因为要被 24 整除, 一定要被 4 整除, 因为 4 为 24 的一个因子。例如把(A)选项拆开为  $25■\blacksquare00 + 06$ , 则前一项必能被 4 整除且无余数, 那么这个数要想被 4 整除, 必须十位和个位可以被 4 整除, 显然(A)(B)(C)(D)均不满足这一条件, 惟一可能的是(E), 所以(E) is correct。

24. The decorating committee for a dance plans to fringe the 3-inch-wide end of a streamer by making small cuts every  $\frac{1}{16}$  inch. How many cuts must be made to fringe the end?  
 (A) 45 (B) 46  
 (C) 47 (D) 48  
 (E) 49

24. 舞蹈的修饰委员会计划在一个条幅的 3 英寸终端做边穗, 若每  $\frac{1}{16}$  英寸剪一下, 需要剪多少次来给终端做边穗?

解: 这又是一道类似 Section II 的 13.21 题的问题, 每  $\frac{1}{16}$  英寸剪一下, 3 英寸共需减 47 下, 得 48 个宽  $\frac{1}{16}$  英寸的穗带。  
 (C) is correct。

- ✓ 25. If two trains are 120 miles apart and are traveling toward each other at a constant rate of 30 mph and 40 mph, respectively, how far apart will they be exactly 1 hour before they meet?
- (A) 10 miles  
(B) 30 miles  
(C) 40 miles  
(D) 50 miles  
(E) 70 miles



$$w^2 + x^2 = y^2 + z^2$$

26.  $w + x$   $y + z$
27. The area of a table cloth that overhangs a square tabletop by 3 inches on all sides
- The area of a table cloth that overhangs a rectangular tabletop by 2 inches on all sides
28. The numbers 3, 10, 17, 24, 31, and 38 are the first six terms of an infinite sequence in which each term after the first is 7 greater than the preceding term. What is the 45th term of the sequence?
- (A) 308 (B) 311 (C) 312 (D) 315  
(E) 318

25. 假如两辆火车相距 120 英里远, 并且相互分别以 30 英里/小时和 40 英里/小时的速度对开, 在它们相遇 1 小时前相距多远?

解: 相遇 1 小时前相距距离为:

$$(30 + 40)(1) = 70 \text{ 英里}$$

注意: 本题中 mph 为 miles per hour 的缩写形式。

26. 解: 本题中未给出图形是否存在直角, 也无法从图中判断各边长度例如  $w = 3, x = 4$ , 及  $y = 1, z = \sqrt{24}$  满足上式, 但  $3 + 7 \neq \sqrt{24}$ , 同理  $w + x$  也可以与  $y + z$  相等, 所以本题(D) is correct。

27. 解: 左项为在一个正方形桌面上各边各垂下 3 英寸的桌布面积, 右项为一个长方形桌面上各边各垂下 2 英寸的桌布面积, 注意本题仅涉及 overhang“垂下”的概念, 未涉及长方形和正方形的边长, 所以无法判断, (D) is correct。

28. 数字 3, 10, 17, 24, 31 和 38 是一个无限数列的前六项, 每一项比前一项大 7, 这个数列的第 45 项是多少?

解: 这是一个等差数列,  $d = 7, a_1 = 3$ , 由等差数列通项公式:

$$\begin{aligned} a_{45} &= a_1 + (n - 1)d \\ &= 3 + (45 - 1) \times 7 = 311 \end{aligned}$$

(B) is correct。

## Section Five

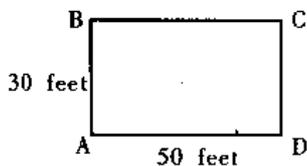
A grocer buys apples at the regular price of 38 cents per pound.

- |                                                                                                                                         |                                                                                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. The amount saved by the grocer on a purchase of 100 pounds of apples if the price per pound is $x$ cents less than the regular price | The additional amount paid by the grocer on a purchase of 100 pounds of apples if the price per pound is $x$ cents more than the regular price |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



$p, q, r,$  and  $s$  are the coordinates of the points indicated on the number line.

2.  $p + q$                        $r + s$
- The quantity in Column A is greater.
- The quantity in Column B is greater.
- The two quantities are equal.
- The relationship cannot be determined from the information given.



3. The figure above shows a rectangular play area in which one child stands at B while another child runs back and forth along the entire side AD. If the running child is in a position randomly located along side AD at a given time, what is the probability that the two children are at most 50 feet apart at

1. 一个杂货商以每磅 38 美分的通常价格买苹果。

解:左项为假如以每磅比通常价格少  $x$  美分购买 100 磅苹果所省下的钱。右项为假如每磅比通常价格多  $x$  美分购买 100 磅苹果所多付的钱。

左项为:  $100x$ , 右项也为  $100x$   
所以 (C) is correct.

2.  $p, q, r$  和  $s$  是左面数轴上所指出点的坐标。

解:本题易使部分中国考生产生误解,许多人认为本题数轴两边都有箭头,到底哪边大呢?显然右边大。注意:所有的数轴都是由左至右递增的。美国数学中所有的数轴都画成双箭头,读者可以参考以前考过的 GRE 考题中的数轴,也都是双箭头的。所以本题显然  $r + s > p + q$   
(B) is correct.

3. 左面图形展示一个长方形的娱乐区,有一个小孩站在 B 点,同时另一个小孩在 A 和 D 之间来回跑动。假如跑步的小孩在任一时间随机地处于 AD 边上的一点,两个孩子最多相距 50 英尺的可能性是多少?

解:back and forth 来回

两个孩子相距 50 米的点在 AD 边上,根据勾股定理,为一条以  $\angle BAD$  为直角的相对斜边,那么斜边为 50, AD 上由 A 点取出 40 米的一点,即为两个孩子相距 50 米的点,这一点距 D 点为 10 米。在这一点左边任一点与 B 点的连线距离均小于

that time?

- (A)  $\frac{1}{5}$   
 (B)  $\frac{2}{5}$   
 (C)  $\frac{3}{5}$   
 (D)  $\frac{4}{5}$   
 (E) 1

4. On a highway there is an electric pole every 96 feet. If the poles are numbered consecutively, what is the number of the pole 2 miles past pole number 56? (1 mile = 5,280 feet)
- (A) 109  
 (B) 110  
 (C) 152  
 (D) 165  
 (E) 166

COMPARISON OF TEST SCORES  
 FOR TWO CLASSES

	Number of Scores	Mean Score	Median Score
Class A	15	80	84
Class B	30	74	72

5. The mean of the 45 scores                      The median of the 45 scores

6. Which of the following numbers is NOT the sum of three consecutive odd integers?
- (A) 15    (B) 75  
 (C) 123  
 (D) 297  
 (E) 313

50 米, 这一点右边任一点与 B 点连线均大于 50 米, 则孩子处于此点左边的概率为:

$$\frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

(D) is correct.

4. 在一条高速公路上每隔 96 英尺有一个电线杆。假如电线杆连续计数。越过 56 号电线杆 2 英里远的电线杆的数目是几?
- 解: 由 1 mile = 5280 feet, 2 英里的长度中共有  $(5280 \times 2) / 96 = 110$  个电线杆, 所以该电线杆的数目为  $110 + 56 = 166$
- (E) is correct.

5. 两个班级考试分数的比较:

解: 前文中已说过, 平均值 (mean) 与中数 (median) 之间不存在任何关系。本题可以算出左项, 但无法得出右项, 但右项必然小于或等于 84, 如果左项大于 84, 则选 (A), 但如果小于或等于 84, 则无法判断, 左项为:

$$\frac{15 \times 80 + 30 \times 74}{45} = 76$$

(D) is correct.

6. 下列哪一个不是 3 个连续奇整数的和?

解: 3 个连续奇整数的和必为 3 的倍数。

$$\frac{(2n+1) + (2n+3) + (2n+5)}{3} = 2n+3$$

本题中只有 (E) 不是 3 的倍数

(E) is correct.

7. Sixty-eight people are sitting in 20 cars and each car contains at most 4 people. What is the maximum possible number of cars that could contain exactly 1 of the 68 people?

- (A) 2  
(B) 3  
(C) 4  
(D) 8  
(E) 12

For each positive integer  $n$ ,  $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

8.  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \frac{4}{5}$

9. If one number is chosen at random from the first 1,000 positive integers, what is the probability that the number chosen is multiple of both 2 and 8?

- (A)  $\frac{1}{125}$  (B)  $\frac{1}{8}$  (C)  $\frac{1}{2}$   
(D)  $\frac{9}{16}$  (E)  $\frac{5}{8}$

7. 68 个人坐在 20 辆汽车中, 每辆汽车最多坐 4 个人, 仅有 1 个人的车的最大可能数目是多少?

解: 要想使仅坐 1 人的车的数目更多, 其他车应尽可能多地坐人。设仅坐 1 人的车的数目为  $x$ , 则

$$\frac{68 - x}{20 - x} = 4$$

$$x = 4$$

(B) is correct.

8. 对于每个正整数  $n$ ,  $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

解: 诸如  $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$  的求和公式如下得到:

$$a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$$

$$a_{n+2} = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}$$

$\vdots$

$$+ ) a_{n+m} = \frac{1}{n+m} - \frac{1}{n+m+1}$$

---


$$S_{n+m} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+m+1}$$

本题可通过  $n = 1, 2, 3, 4$ , 直接相加得到, 上面仅为当  $n$  较大时使用的方法

$$S_4 = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

(C) is correct.

9. 假如一个数从前 1000 个正整数中随机选出, 被选出的数是 2 和 8 的倍数的概率是多少?

解: 在 1 至 1000 中, 8 的倍数有 125 个, 因为 2 和 8 的最小公倍数为 8, 则概率为:

$$\frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$$

(B) is correct.

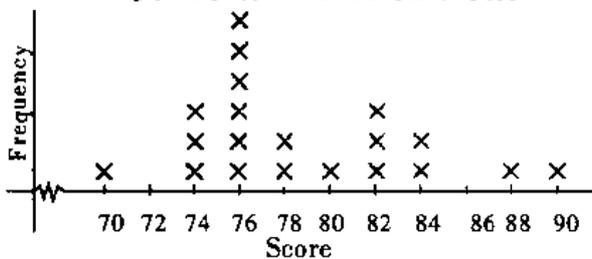
10. Art, Bob, and Carmen share a prize of \$400. If Art receives twice as much as Bob, and if Bob receives  $\frac{1}{2}$  as much as Carmen, How much does Carmen receive?
- (A) \$20  
(B) \$40  
(C) \$80  
(D) \$140  
(E) \$160

The probability that event R will occur is 0.38.

11. The probability that events R and W will both occur 0.40

Question 12 - 14 refer to the following distribution

TEST SCORES FOR A CLASS OF  
8 JUNIORS AND 12 SENIORS



12. The median score for the class is
- (A) 76 (B) 77 (C) 78 (D) 79 (E) 80

13. If 5 points were added to each score, which of the following would NOT be affected?

- (A) The highest score  
(B) The mean for all scores  
(C) The median for the seniors' scores  
(D) The mode for the juniors' scores  
(E) The standard deviation for all scores

10. A, B, C 共享 400 美元的奖金, 假如 A 接受的是 B 的两倍, 并且假如 B 接受的是 C 的  $\frac{1}{2}$ , C 接受了多少钱?

解: 设 C 接受了  $x$ , B 为  $\frac{1}{2}x$ , 则 A 是 B 的两倍也为  $x$

$$x + \frac{1}{2}x + x = 400$$

$$x = 160$$

(E) is correct.

11. R 发生的概率为 0.38

解: 左项为 R 和 W 同时发生的概率为多大, 因为 W 的概率最大为 1, 则 R 和 W 同时发生的概率最大为  $1 \times 0.38 = 0.38$

(B) is correct.

12 - 14 题如下分布

题目: 一个 8 名三年级学生和 12 名四年级学生的班级的考试分数

12. 班级中的中间分数是多少?

解: median 指中间数, 指中间的那一个, 本题共 20 个学生, 中间数指第 10 和第 11 个学生的算术平均数, 本题分布为由小至大, 则第 10 人的分数为 76, 第 11 人分数为 78

$$\frac{76 + 78}{2} = 77$$

(B) is correct.

13. 假如每个分数加 5 分, 下列哪种分数不受影响?

解: 最高分显然加了 5 分, 平均分相应也高了 5 分, 同理四年级学生分数的中数也一样。mode 前文中也介绍过, 指出现频率最高的数, 本题为 76, 因为各加了 5 分, 则 mode 显然受影响, 为 81 分, Standard deviation 标准方差不变, 读者由前面标准方差计算公式可以体会这一点。所以

14. If the mean score for the juniors were known, which of the following could be calculated from the information given?

- I . The range of the scores for the seniors
- II . The median score for the juniors
- III . The mean score for the seniors

- (A) None
- (B) I only
- (C) III only
- (D) I and II
- (E) II and III

$k$	$a_k$	$p_k$
1	100	0.10
2	200	0.25
3	300	0.20
4	400	0.25
5	500	0.20

15. If in an experiment the probabilities of obtaining the values  $a_1, a_2, a_3, a_4,$  and  $a_5$  are  $p_1, p_2, p_3, p_4,$  and  $p_5,$  respectively, then the expected value is defined as  $a_1p_1 + a_2p_2 + a_3p_3 + a_4p_4 + a_5p_5$ . For the values and their corresponding probabilities in the table above, what is the expected value?

- (A) 350 (B) 320 (C) 300
- (D) 270 (E) 250

(E) is correct.

14. 假如已知三年级学生的平均分,下列哪一个可以由给出的信息计算出来?

- I . 四年级学生分数的值域
- II . 三年级学生分数的中数
- III . 四年级学生分数的平均数

解: I 无法判断, range 指值域, 因为无法判断出四年级学生分数的最大值和最小值。

II 无法判断, 无法知道每个三年级学生的分数。

III 可以判断, 已知三年级学生的平均数, 总分数和减去三年级平均数乘以 8, 再除以 12 即可得到。

(C) is correct.

15. 假如在一个实验中, 获得值  $a_1, a_2, a_3, a_4$  和  $a_5$  的概率分别为  $p_1, p_2, p_3, p_4$  和  $p_5$ , 那么期望值被定义为:  $a_1p_1 + a_2p_2 + a_3p_3 + a_4p_4 + a_5p_5$ , 对于上面表中的值和概率, 期望值是多少?

解: 上面介绍的是 expected value 的求法, 读者应了解。本题计算式为:

$$100 \times 0.1 + 200 \times 0.25 + 300 \times 0.2 + 400 \times 0.25 + 500 \times 0.2 = 320$$

(B) is correct.

expected value 期望值

16. The number of positive divisors of 24

The number of positive divisors of 50

16. 解: 本题左右项分别为 24 和 50 正因子的数目, 根据因子数求解公式:  $24 = 2^3 \cdot 3$ , 因子数为  $(3+1)(1+1) = 8$ ,  $50 = 5^2 \cdot 2$  因子数为  $(2+1)(1+1) = 6$ , 所以 (A) is correct.

17. The average (arithmetic mean) of 50 measurements is 34.6, and the least and the greatest of the measurements are 18.3 and 50.9, respectively.

The median of the 50 measurements

34.6

17. 50 次测量的平均值为 34.6, 最大值和最小值分别为 18.3 和 50.9.

解: 前面已多次提出, mean 和 median 之间没有任何关系, 所以 (D) is correct.

18. The standard deviation of the sample measurements 0, 1, 2, 4, and 8

The standard deviation of the sample measurements 1, 2, 3, 5, and 9

18. 解: 本题为 standard deviation 的计算, 左项的 5 个值的平均值为 3, 右项 5 个值的平均值为 4, 则左项的标准方差为

$$\sqrt{\frac{(0-3)^2 + (1-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (8-3)^2}{5}}$$

$$= 2\sqrt{2},$$

右项的标准方差为:

$$\sqrt{\frac{(1-4)^2 + (2-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (9-4)^2}{5}}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

其实, 本题通过观察这两组数字即可得两边相等, 右项比左项各个数字均大 1, 则标准方差相同, 如前面 13 题的解法。所以 (C) is correct.

19. A certain money market account that had a balance of \$48,000 during all of last month earned \$360 in interest for the month. At what simple annual interest rate did the account earn interest last month?

- (A) 7%  
(B) 7.5%  
(C) 8%  
(D) 8.5%

19. 某一账目在最后整整一个月的时间里有余款 48000 美元, 并且在这个月挣得 360 美元的利息, 该账目最后一个月以多少年单利率挣得利息?

解: 本题指 48000 美元在最后整整一月中不变, 并挣得 360 美元利息, 这 360 美元一定不包含于 48000 美元中, 因为利息当然是这个月结束后挣得的, 并且上文中已提及 simple annual interest, 即本题以单利计利, 利息不参予计利。则年利率为:

(E) 9%

$$\frac{360}{48000} \times 12 = 9\%$$

(E) is correct.

SURVEY OF PETS IN HOUSEHOLDS  
IN AN APARTMENT COMPLEX

Kind of Pet	Number of Households
Dog	25
Cat	41
Other	19
No Pet	44

20. 题目: 一个公寓区家庭宠物的调查

解: 左项为至少有一只宠物的家庭的总数, 由上面三项数字可得它们的和为  $25 + 41 + 19 = 85$ , 但可能一个家庭拥有 2 只或 2 只以上的宠物, 所以本题为无法判断。

(D) is correct.

✓ 20. The total number of households with at least one pet

✓ 21. The odds that a certain event will occur is the ratio of the probability that the event will occur to the probability that it will not occur. If the odds that Pat will win a prize are 4 to 3, what is the probability that Pat will not win the prize?

- (A)  $\frac{1}{4}$       (B)  $\frac{1}{3}$       (C)  $\frac{3}{7}$   
(D)  $\frac{4}{7}$       (E)  $\frac{3}{4}$

21. 某事件发生的可能性为这件事将发生的概率与这件事不发生概率的比值。假如 Pat 赢得一项奖的可能性为 4 比 3, Pat 赢不到那项奖的概率为多大?

解: odds = occur; not occur = 4:3

$$P(\text{not occur}) = \frac{3}{3+4} = \frac{3}{7}$$

所以 (C) is correct.

✓ 22. If the average (arithmetic mean) of  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , 5, and 7 is 8, which of the following must be true?

- I. The median of the five numbers cannot be 5.  
II. At least one of  $x$ ,  $y$ , and  $z$  is greater than 9.  
III. The range of the five numbers is 2 or more.

- (A) I only  
(B) II only  
(C) III only  
(D) I and III  
(E) II and III

22. 假如  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , 5 和 7 的平均值是 8, 下列哪一个一定正确?

- I. 5 个数字的中数不能是 5。  
II.  $x$ ,  $y$  和  $z$  中至少有一个大于 9。  
III. 5 个数字的值域是 2 或更大。

解: I 不对, 因为 5 个数的中数完全可以是 5。

II 一定正确, 因为平均值为 8, 则  $x$ ,  $y$ ,  $z$  中至少有一个大于 9。

III 一定正确, 因为  $x$ ,  $y$ ,  $z$  中至少有 1 个大于 9, 那么 range 至少大于 4, 2 or more 必然满足大于 4, 则

(E) is correct.

23. To obtain an FHA mortgage for \$50,000 or more, the home buyer must have a down payment equal to 4 percent of the first \$25,000 of the mortgage amount and 5 percent of the portion in excess of \$25,000. At settlement the buyer pays a mortgage insurance premium equal to 3 percent of the mortgage amount. What is the maximum FHA mortgage, if any, a buyer can obtain if the buyer has only \$6,000 available for the down payment and insurance premium?

- (A) \$62,500  
 (B) \$71,875  
 (C) \$78,125  
 (D) \$125,000  
 (E) The home buyer cannot obtain an FHA mortgage.

24. A candy assortment consists of seven flavors of chocolate-covered creams packed in two-layered boxes with 27 creams in each layer. The flavors are always packed in rows so that the flavor varies with each piece in the following order: vanilla, orange, cherry, vanilla raspberry, lime, pecan, cherry, lemon. How many chocolate-covered vanilla creams are needed to pack 200 boxes of the assortment?

- (A) 600 (B) 1,200 (C) 1,800  
 (D) 2,400 (E) 3,600

25. After a store had sold  $k$  television sets for  $p$  dollars each, it reduced the price  $p$  of each set by 5 percent and then sold twice as many sets at this reduced price.  
 The total revenue from the sale of all of these television sets

$$2.95pk$$

23. 为了获得 50000 美元或更多的 FHA 的住房贷款,购房者必须有一个相当于第一期住房贷款 25000 美元 4% 和超过 25000 美元以上部分 5% 的直接付款。在入住时,购房者付一个相当于住房贷款量 3% 的住房贷款的保险费。假如购房者仅有 6000 美元付直接付款和保险费,这个购房者所能获得的最大的住房贷款量是多少?

解:本题涉及许多金融业的词语,例如 mortgage 指住房贷款,down payment 指直接付款,insurance premium 指保险费,另外 Settlement 指安家、入住,住房贷款指付了首期的 down payment 就可以搬入新房了。

$$\text{设最大住房贷款量为 } x, \text{ 则: } 25000 \times 4\% + (x - 25000) \times 5\% + x \times 3\% = 6000$$

$$x = 78125 \text{ 美元}$$

(C) is correct.

24. 一份包括 7 种口味的巧克力奶糖的糖果什锦被装在双层盒子中,每层有 27 块奶糖。每行放置的奶糖块块口味不同且以如下口味顺序放置:v, o, c, v, r, l, p, c, l。有多少 vanilla 奶糖需要被放入 200 个什锦盒中?

解:注意本题中每行 9 块糖中有 2 块 vanilla,每层有 3 行,每个盒子中有 2 层糖,那么每个盒子中有  $2 \times 3 \times 2 = 12$  块, vanilla 糖共有  $12 \times 200 = 2400$

(D) is correct.

25. 在一家商店以每台  $P$  美元售出  $K$  台电视后,它降低每台 5% 的价格,然后以该降低价格卖出 2 倍量的电视机。

解:左项为卖出这些台电视机的总销售额

$$pk + 2kp(1 - 5\%) = 2.9pk$$

所以 (B) is correct.

26. A gardener wishes to plant 5 bushes in a straight row. Each bush has flowers of a different solid color (white, yellow, pink, red, and purple). How many ways can the bushes be arranged so that the middle bush is the one with red flowers?

- (A) 24
- (B) 30
- (C) 60
- (D) 96
- (E) 120

27. The odds in favor of winning a game can be found by computing the ratio of the probability of winning to the probability of not winning. If the probability that Pat will win a game is  $\frac{4}{9}$ , what are the odds that Pat will win the game?

- (A) 4 to 5
- (B) 4 to 9
- (C) 5 to 4
- (D) 5 to 9
- (E) 9 to 5

28. The numbers in a table are arranged in 10 rows and 4 columns such that one number is placed at the intersection of each row and column. How many numbers are contained in the table?

- (A) 14
- (B) 40
- (C) 400
- (D)  $10^4$
- (E)  $4^{10}$

26. 一名园丁想将 5 株灌木种成笔直一排, 每株灌木开不同颜色的花(白色、黄色、粉红、红色和紫色), 有多少种安排方法可使中间的一株灌木为红色?

解: 5 个元素中第 3 个为红色, 另外 4 个为剩下的 4 种颜色, 所以本题安排为:

$$P_4^4 = 24$$

(A) is correct.

27. 赢得一场比赛的可能性可以通过计算获胜的概率与不获胜概率的比值获得, 假如 P 赢得比赛的概率为  $\frac{4}{9}$ , 那么 P 赢得比赛的可能性是多大?

解: 由本题可看出 GRE 的数学也经常会出现改头换面的重考题, 请读者把此题与本部分的 21 题相比较。赢得比赛的概率为  $\frac{4}{9}$ , 而不赢得比赛的概率为  $\frac{5}{9}$ , 而

$$\text{odds} = P(\text{win}) : P(\text{not win}) = \frac{4}{9} : \frac{5}{9} = 4 : 5$$

(A) is correct.

28. 一桌面上的数字排成 10 行和 4 列以致每个数字被排在行和列的交点处, 桌面上有多少数字?

解: column 列 row 行

4 行和 10 列中共 40 个交点, 所以共 40 个数字

(B) is correct.

## Section Six

The circumference of a rectangle is 40

1. The greatest area of 100  
the rectangle

- The quantity in Column A is greater.  
 The quantity in Column B is greater.  
 The two quantities are equal.  
 The relationship cannot be determined from the information given.

2. What is the total number of different 5-digit numbers that contain all of the digits 2, 3, 4, 7, and 9 and in which none of the odd digits occur next to each other?

- (A) 12  
 (B) 10  
 (C) 8  
 (D) 6  
 (E) 1

1. 某长方形的周长为 40

解:左项为该长方形的最大面积,设该长方形的长和宽分别为  $a, b$ , 则  $2(a+b)=40$ , 有这样一种关于算术平均数和几何平均数的性质:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (a, b > 0)$$

$$10 \geq \sqrt{ab} \quad ab \leq 100$$

所以该长方形最大面积为 100。

(C) is correct.

有些考生提出疑问,只有  $a=b$  时,长方形面积才为 100,而  $a=b$  时是正方形。记住 正方形属于长方形,只是一个特例。

2. 含有 2, 3, 4, 7 和 9 这 5 个数字的不同 5 位数的总数是多少,并且没有奇数相邻?

解:这 5 个数中 3, 7, 9 为奇数,不相邻时分别在个位,百位和万位,剩下 2, 4 在十位和千位,

$$P_3^3 \cdot P_2^2 = 12$$

(A) is correct.

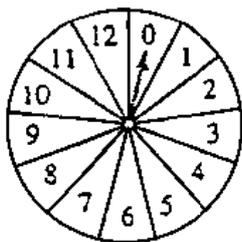
另:假如上面问偶数不能相邻,可以构成多少个不同的 5 位数呢?

解:许多考生往往抓不住入手方向,其实可以用所有 5 位数不加限制的可能构成数目减去所有偶数相邻的可能,剩下为偶数不相邻的可能数目。

偶数 2, 4 相邻可看作一个整体与剩下 3 个奇数全排列可能有:  $2 \times P_4^4$ , 则

$$P_5^5 - 2P_4^4 = 72$$

所以偶数不相邻的 5 位数共 72 个。



3. If for a given spin, the pointer shown in the figure above is equally likely to stop on any of the numbered sectors, what is the probability that the pointer will stop on an odd-numbered sector? (Assume that the pointer cannot stop on a dividing line between sectors.)

(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{7}{12}$  (D)  $\frac{6}{13}$  (E)  $\frac{7}{13}$

4. What is the sum of the first 1,000 terms of the sequence 0, 0, 1, 2, 1, 0, 0, 1, 2, 1, ... if the pattern 0, 0, 1, 2, 1 is repeated indefinitely?

(A) 200 (B) 400  
(C) 800  
(D) 1,000  
(E) 4,000

5. A certain jar contains 100 jelly beans: 50 white, 30 green, 10 yellow, 5 red, 4 purple, and 1 black. If a jelly bean is to be chosen at random, what is the probability that the jelly bean will be neither purple nor red?

(A) 0.09 (B) 0.11  
(C) 0.55  
(D) 0.91  
(E) 0.96

$$7x^2 = 21$$

6.  $x$  2

3. 假如,对于给出的转盘,左图所示箭头停于各个部分的概率相等。该箭头将停在奇数部分的概率的是多少?(假设该箭头不停在两个部分的分界线)。

解:0一定是偶数,那么上面共13个部分,奇数有6个,那么停于奇数部分的概率为 $\frac{6}{13}$   
(D) is correct。

4. 一个序列 0, 0, 1, 2, 1, 0, 0, 1, 2, 1, ... 的前 1000 项的和是多少,假如 0, 0, 1, 2, 1 无限重复?

解:由 0, 0, 1, 2, 1 无限重复,则 5 项为一节,前 1000 项有 200 节,每节的和为 4,所以前 1000 项的和为 800。  
(C) is correct。

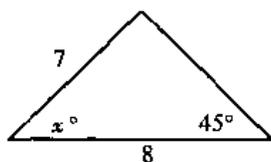
5. 一个罐子中含有 100 颗软糖,50 粒白的,30 粒绿的,10 粒黄的,5 粒红的,4 粒紫的,1 粒黑的,假如随机选出一粒软糖,这颗软糖既不是紫色,又不是红色的概率为多大?

解:红色有 5 粒,紫色有 4 粒,那么随机选出的软糖既不是红色又不是紫色的概率有:  
 $\frac{91}{100} = 0.91$   
(D) is correct。

6. 解:本题易误选,因为  $7x^2 = 21$ ,  $x^2 = 3$ , 则  $x$  有两个值,  $+\sqrt{3}$  和  $-\sqrt{3}$ , 许多考生选了 (D), 但本题中不管  $+\sqrt{3}$  还是  $-\sqrt{3}$  均小于 2, 所以  
(B) is correct。

7. In how many of the integers between 1 and 100 does the digit 5 occur exactly once?

- (A) 10  
(B) 18  
(C) 19  
(D) 20  
(E) 21



8.

$x$

45

$x$	$t$	$u$
$t$	$a$	$b$
$u$	$b$	$c$

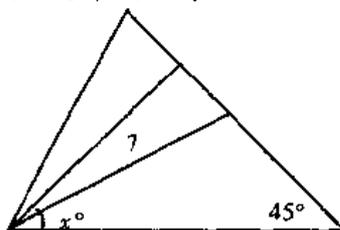
9. If  $y$  is a two-digit number with tens digit  $t$  and units digit  $u$  and the table above is a multiplication table for  $t$  and  $u$  (for example,  $t \times u = b$ ), then  $y^2 =$

- (A)  $a + 2b + 10c$   
(B)  $10a + 20b + c$   
(C)  $10(a + 2b + c)$   
(D)  $100(a + 2b + c)$   
(E)  $100a + 20b + c$

7. 在 1 至 100 中, 数字 5 出现 1 次的整数有多少?

解: 记住数字 5 只出现 1 次, 出现 2 次的应排除, 共有 5, 15, 25, 35, 45, 65, 75, 85 和 95, 另 50, 51, 52, 53, 54, 56, 57, 58 和 59 共 18 个  
(B) is correct.

8. 解: 这也是 GRE 数学中一道貌似简单的考题, 但由于  $x$  有两个值, 所以是无法判断的。如下图:



由  $x$  角的顶点与对边引一条垂线得到一个直角, 则由一个角为  $45^\circ$  可得这个直角边长度为  $4\sqrt{2} < 7$ , 由此可见可以取出两个长度为 7 的边, 一个与长度为 8 的底边所成角度大于  $45^\circ$ , 另一小于  $45^\circ$ , 所以

(D) is correct.

9. 假如  $y$  是一个两位数, 十位数字为  $t$ , 个位数字为  $u$ , 并且上面表格为  $t$  和  $u$  的乘法表。例如:  $t \times u = b$ , 那么  $y^2 = ?$

解: 设  $y = 10t + u$ , 则  $y^2 = (10t + u)^2 = 100t^2 + 20tu + u^2$

由上表  $t^2 = a$ ,  $tu = b$ ,  $u^2 = c$

则  $100t^2 + 20tu + u^2 = 100a + 20b + c$

所以 (E) is correct.

10. The maximum possible number of lines determined by  $n$  points ( $n > 1$ )

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Water is to be poured at a rate of 2.5 gallons per minute into a 500-gallon tank that initially contains 50 gallons of water.

11. The percent of the tank's capacity that will be filled 1 hour after water begins to be poured in

60 percent

12. If  $n$  is any prime number greater than 2, which of the following CANNOT be a prime number?

- (A)  $n - 4$   
 (B)  $n - 3$   
 (C)  $n - 1$   
 (D)  $n + 2$   
 (E)  $n + 5$

10. 解:左项为  $n$  个点所决定的最大的直线数目,两点决定一条直线,若得最大直线的数目,任三点都不在同一直线上,那么最大直线数目为  $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$

所以(C)is correct。

11. 水以每分钟 2.5 加仑的速度注入一个已有 50 加仑水的 500 加仑的水罐中

解:左项为在水开始注入后 1 小时将被充满的水罐容积的百分比,本题对阅读能力不强的考生易造成误解,认为 will be filled 指 1 小时后还剩下未灌入的水罐容积百分比,这种理解是不对的,这里的 will be filled 一般将来时的使用是针对从句 after water begins to be poured in 中的 begins 这个一般现在时而言的,指开始灌后的 1 小时将被充满的容积的比例。

$$\frac{50 + 2.5 \times 60}{500} = 40\%$$

所以(B)is correct。

12. 假如  $n$  是大于 2 的任一个质数,下列哪一个不能是质数?

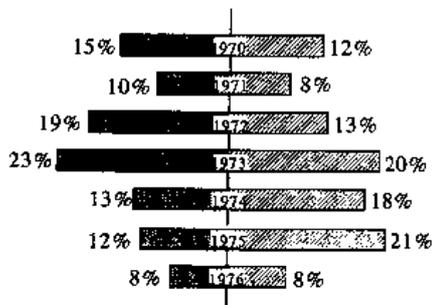
解:对于这种数字规律题应一个个试,采用排除法,(A)  $7 - 4 = 3$ , (B)  $5 - 3 = 2$ , (C)  $3 - 1 = 2$ , (D)  $3 + 2 = 5$ , (E) 无论如何也得到质数,因为大于 2 的质数都是奇数,奇数加 5 必得偶数且大于 2,则不可能为质数,所以(E)is correct。

Question 13 - 15 refer to the following graph.

1977 - 1978 TEXTBOOK INVENTORY FOR SCHOOLS X AND Y  
BY YEAR OF PURCHASE

(as a percent of the 1977 - 1978 inventory)

School X                      School Y  
Total 1977 - 1978 Inventory: 1,500    Total 1977 - 1978 Inventory: 2,000



Note: All books were purchased new on July 1 of each year.

13. How many of the inventoried textbooks were purchased by the two schools combined during the years 1974, 1975, and 1976?

(A) 495    (B) 940    (C) 1,020  
(D) 1,435    (E) 2,800

14. If School X purchased 300 textbooks in 1971 and all of these textbooks either were counted in the inventory or had been discarded before the inventory, what percent of these textbooks had been discarded?

(A) 10%  
(B) 20%  
(C) 50%  
(D) 80%  
(E) 100%

15. Which of the following statements can be inferred from the graph?

I. School X has a smaller enrollment than School Y.  
II. If the age of a book is the number of years since purchase, then the aver

13 - 15 题基于左图:

图表题目: 1977 年至 1978 年度学校 X 和学校 Y 教科书的库存, 以购买时间分类。  
(作为 1977 年 ~ 1978 年度库存的百分比)

注: 所有书都在每年的 7 月 1 日购买

13. 1974, 1975 和 1976 年两个学校购买的库存教科书的总数是多少?

解: 学校 X 在 1974, 1975, 1976 年购买的图书总数为:

$$1500 \times (13\% + 12\% + 8\%) = 495$$

学校 Y 在 1974, 1975, 1976 年购买的图书总数为:

$$2000 \times (18\% + 21\% + 8\%) = 940$$

$$\text{总数为 } 495 + 940 = 1435$$

所以 (D) is correct。

14. 学校 X 在 1971 年购买了 300 本教科书, 并且所有的这些教科书或者被计入库存或者在进入库存前被废弃, 被废弃的教科书的百分比是多少?

解: 1971 年学校 X 库存图书数目为:

$$1500 \times 10\% = 150$$

所以被废弃图书的百分比为:

$$(300 - 150) \div 300 = 50\%$$

所以 (C) is correct。

15. 下列哪一句话可以从题目图表中推导出来?

I. 学校 X 的学生比学校 Y 的学生少  
II. 假如书龄为图书购买后的年数, 那么学校 Y 库存中的图书平均书龄比学校 X 库存中的图书的平均书龄小

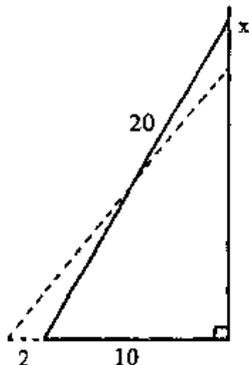
age (arithmetic mean) age of a book in the School Y inventory is less than that of a book in the School X inventory.

Ⅲ. According to the inventory, School X and School Y purchased the same number of textbooks in 1976.

- (A) None (B) I only (C) II only  
(D) I and II (E) II and III

16. A 12-inch ruler is marked off in sixteenths of an inch. What is the distance, in inches, from the zero mark to the 111th mark after the zero mark?

- (A)  $6\frac{1}{4}$  (B)  $6\frac{15}{16}$   
(C)  $7\frac{3}{4}$   
(D)  $9\frac{1}{4}$   
(E)  $11\frac{1}{16}$



A 20-foot ladder leaning against a vertical wall with the base of the ladder 10 feet from the wall is pulled 2 feet farther out

Ⅲ. 根据库存, 学校 X 和学校 Y 在 1976 年购买了相同数目的教科书

解: 由图表中图书的库存无法得到学校 X 与学校 Y 的学生的多少, 所以 I 肯定不对。II 中讨论平均书龄, 则学校 X 的平均书龄为:  $8 \times 15\% + 7 \times 10\% + 6 \times 19\% + 5 \times 23\% + 4 \times 13\% + 3 \times 12\% + 2 \times 8\% = 5.23$ , 学校 Y 的平均书龄为:  $8 \times 0.12 + 7 \times 0.08 + 6 \times 0.13 + 5 \times 0.2 + 4 \times 0.18 + 3 \times 0.21 + 2 \times 0.08 = 3.91$ , 则 II 一定正确, 其实由图表观察 X 书龄大的图书比例均大于 Y 也可得 II 正确, III 由于图书库存总量不同, 所以一定不对。所以 (C) is correct。

16. 一把 12 英寸的尺子以每英寸的  $\frac{1}{16}$  划分。从 0 刻度到 111 刻度之间的距离为多长?

解: sixteenth of an inch 指把一英寸 16 等分, 每格为  $\frac{1}{16}$  英寸, 那么  $111 \times \frac{1}{16} = 6\frac{15}{16}$  所以 (B) is correct。

注: 序数词在一个单位前表示把该单位等分为多少份, 例如: thirds of a foot 表示一英尺等分为 3 份。同时, 序数词还有作为分母和小数点后数位的用法。

17. 一个 20 英尺的梯子, 斜靠在一面垂直的墙上且梯子的底距墙为 10 英尺, 再被拉离墙 2 英尺远, 导致梯子的顶向下移动  $x$  英尺。

解: 在梯子被拉动前, 梯子的垂直高度为:

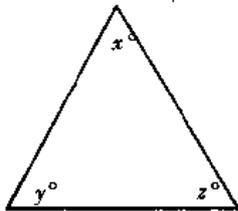
$$\sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3}, \text{ 而拉动后斜边不变, 底边变为 } 12, \text{ 则梯子的垂直高度为:}$$

$$\sqrt{20^2 - 12^2} = 16, 10\sqrt{3} - 16 \approx 1.32$$

所以 (B) is correct。

from the wall, causing the top of the ladder to drop  $x$  feet.

17.  $x$  2



18. In the figure above, if  $x$ ,  $y$ , and  $z$  are integers such that  $x < y < z$ , then the least and the greatest possible values of  $x + z$  are

- (A) 59 and 91 (B) 59 and 135  
(C) 91 and 178 (D) 120 and 135  
(E) 120 and 178

- ✓ 19. The illumination  $E$ , in footcandles, provided by a light source of intensity  $I$ , in candles, at a distance  $D$ , in feet, is given by  $E = \frac{I}{D^2}$ . For an illumination of 50 footcandles at a distance of 4 feet from a source, the intensity of the source must be

- (A) 50 candles  
(B) 200 candles  
(C) 800 candles  
(D) 1,600 candles  
(E) 2,500 candles

- ✓ 20. Three solid cubes of lead, each with edges 10 centimeters long, are melted together in a level, rectangular shaped pan. The base of the pan has inside dimensions of 20 centimeters by 30 centimeters, and the pan is 15 centimeters deep. If the volume

18. 在左侧的图形中, 假如  $x, y$  和  $z$  是整数, 并且  $x < y < z$ , 那么  $x + z$  的最小可能值和最大可能值是多少?

解:  $x + z = 180^\circ - y$ , 而  $x < y < z$ , 且  $x, y, z$  为整数, 则  $y$  最小值为  $2^\circ$ , 最大值为  $89^\circ$ , 那么  $180^\circ - y$  一定大于等于  $91^\circ$ , 小于等于  $178^\circ$ 。所以 (C) is correct。

19. 亮度  $E$ , 以英尺烛光为单位, 由一个以烛光为单位的光源强度  $I$  提供, 在一个以英尺为单位的距离  $D$  的计算公式为  $E = \frac{I}{D^2}$ , 对于一个亮度为 50 英尺烛光距离为 4 的光源, 光源强度一定是?

解: 由本题可看出 GRE 与 GMAT 数学的相通之处, GMAT 数学中考查了一道与该题几乎一样的考题。

illumination  $n$ . 亮度 (物理学概念)

footcandle  $n$ . 英尺烛光 (照度单位)

intensity  $n$ . 强度

$$E = \frac{I}{D^2} \quad I = E \cdot D^2 = 50 \times 4^2 = 800$$

(C) is correct。

20. 3 个实心的立方体铅块, 每条边长为 10 厘米, 融化在一个水平的长方体熔锅中。熔锅的内围为长 30 厘米, 宽 20 厘米, 并且熔锅 15 厘米深。假如实心铅的体积与融化铅的体积大体相同, 熔锅中融化的铅的深度大约为多少厘米?

of the solid lead is approximately the same as the volume of the melted lead, approximately how many centimeters deep is the melted lead in the pan?

- (A) 2.5 (B) 3 (C) 5  
(D) 7.5 (E) 9

21. Saplings are to be planted 30 feet apart along one side of a straight lane 455 feet long. If the first sapling is to be planted at one end of the lane, how many saplings are needed?

- (A) 18 (B) 16 (C)  $15\frac{1}{6}$   
(D) 15 (E) 14

22. What is the greatest positive integer  $n$  such that  $2^n$  is a factor of  $12^{10}$ ?

- (A) 10  
(B) 12  
(C) 16  
(D) 20  
(E) 60

23. Working alone, a small pump takes twice as long as a large pump takes to fill an empty tank. Working together at their respective constant rates, the pumps can fill the tank in 6 hours. How many hours would it take the small pump to fill the tank working alone?

- (A) 8  
(B) 9  
(C) 12  
(D) 15  
(E) 18

解: 3 个实心铅立方体的总体积为:

$$3 \times 10^3 = 3000\text{cm}^3$$

则融化的铅在熔锅中的深度为

$$3000 \div (20 \times 30) = 5\text{cm}$$

所以 (C) is correct.

21. 小树被种植在沿一条 455 英尺长的直道上, 每隔 30 英尺种一棵。假如第一棵幼树被种植在直道的一端, 需要多少棵幼树?

解: 本题与 13 题同理,  $455 \div 30 = 15$  余数为 5, 那么共种了 16 棵树。

所以 (B) is correct.

22. 如果  $2^n$  是  $12^{10}$  的一个因子,  $n$  的最大值是多少?

$$\text{解: } 12^{10} = (2^2 \cdot 3)^{10} = 2^{20} \cdot 3^{10}$$

则  $n$  的最大值为 20, 本题依然体现求因子数的公式, 即首先将一个数写成质数连乘积的形式, 再考虑整除。

所以 (D) is correct.

23. 单独工作时, 一个小的水泵比大水泵花两倍的时间充满一个空水罐, 在一起工作时, 且每个水泵保持其各自通常的速度, 共花 6 个小时灌满水罐, 小水泵单独工作多长时间灌满水罐?

解: 设小水泵花  $x$  小时灌满水罐,

$$\text{则 } \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x}\right) \times 6 = 1$$

$$x = 18$$

(E) is correct.

24. For all real numbers  $v$ , the operation  $v^*$  is defined by the equation  $v^* = v - \frac{v}{3}$ . If  $(v^*)^* = 8$ , then  $v =$
- (A) 15  
(B) 18  
(C) 21  
(D) 24  
(E) 27

25. The 10 households on a certain street have household incomes that range from \$34,000 to \$150,000 and an average (arithmetic mean) household income of \$60,000. If the household with the highest income and the one with the lowest income are excluded, what is the average household income for the remaining 8 households?
- (A) \$41,600  
(B) \$47,000  
(C) \$52,000  
(D) \$61,000  
(E) \$75,000

LEAGUE RESULTS

Team	Number of Games Won
A	4
B	7
C	9
D	2
E	2
X	

26. According to the incomplete table above, if each of the 6 teams in the league played each of the other teams exactly twice and there were no ties, how many games did team X win? (Only 2 teams play in a game.)
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 10

24. 对于所有的实数  $v$ , 运算  $v^*$  被定义为方程  $v^* = v - \frac{v}{3}$ , 假如  $(v^*)^* = 8$ , 那么  $v$  等于多少?

解:  $v^* = v - \frac{v}{3} = \frac{2}{3}v$ , 则  $(v^*)^* = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot v = \frac{4}{9}v = 8$ , 得  $v = 18$   
(B) is correct.

25. 某一街道上 10 个家庭的家庭收入范围是由 34000 美元至 150000 美元, 并且平均家庭收入为 60000 美元, 假如把最高收入家庭和最低收入家庭排除在外, 剩余的 8 个家庭的平均收入是多少?

解: range 作为名词指最大值与最小值的差, 在此用作动词表明最大值为 150000 美元, 最小值为 34000 美元, 10 个家庭的平均值为 60000, 则

$$\frac{60000 \times 10 - 34000 - 150000}{8} = 52000 \text{ 美元}$$

(C) is correct.

26. 根据左侧不完全的图表, 假如联盟中 6 支队伍中的每一支与其他的各支队伍都比赛 2 次, 并且没有合局, X 赢了多少场比赛? (每个比赛只有 2 支队伍)

解: 由每支队伍都与另一队伍比赛了 2 次, 且每次必有且只有 1 支队伍获胜, 所以总的获胜次数为:

$$2C_6^2 = 30$$

上图中前 5 项的和为:

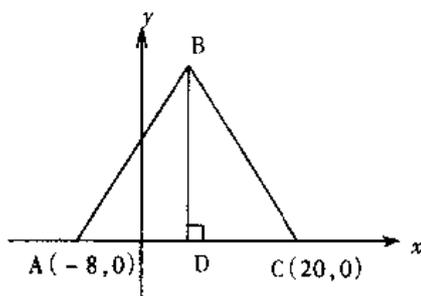
$$4 + 7 + 9 + 2 + 2 = 24$$

则  $30 - 24 = 6$ , X 胜了 6 场

(C) is correct.

27. A rectangular tabletop consists of a piece of laminated wood bordered by a thin metal strip along its four edges. The surface area of the tabletop is  $x$  square feet, and the total length of the strip before it was attached was  $x$  feet. If the tabletop is 3 feet wide, what is its approximate length, in feet?

- (A) 12 (B) 10 (C) 9  
(D) 8 (E) 6



$$AB = BC$$

$$AC = BD$$

28. What are the coordinates of point B in the  $xy$ -plane above?

- (A) (6, 12) (B) (6, 28)  
(C) (8, 20) (D) (12, 20)  
(E) (14, 28)

27. 一个长方形的桌面包括一片薄木板且沿四周有一个薄金属条为边, 桌面的面积为  $x$  平方英尺, 金属条在附上去前的总长度为  $x$  英尺, 假如桌面有 3 英尺宽, 其长度大约是多少英尺?

解: 设桌面的长度为  $m$  英尺, 则

$$2(m + 3) = x$$

$$3m = x$$

$$\text{得 } m = 6$$

(E) is correct.

28. 在上面的  $xy$  平面中, B 点的坐标是多少?

解: 由左面图形  $AB = BC$ , 则为一等腰三角形,  $BD \perp AC$  且平分  $AC$ , 则 D 点坐标为

$$x = \frac{-8 + 20}{2} = 6 \quad y = \frac{0 + 0}{2} = 0$$

则 B 点的横坐标也为 6, 则只可能 (A) (B) 中的一个为正确答案, 由  $BD = AC$ , 而  $AC$  长度为  $|-8 - 20| = 28$ , 则 D 点纵坐标为 28,

(B) is correct.

## 第三章

# GMAT 数学介绍及难题解答

### 第一节 GMAT 数学题型介绍

目前的 GMAT 计算机考试中,数学部分(Quantitative)共 37 道题,要求在 75 分钟之内完成。在考试中一般是在 1 个小时的写作(Analytical writing)以后开始的。在数学部分完成后,还有 75 分钟的语文部分(Verbal)共 41 道题,包括阅读(Reading Comprehension),逻辑推理(Critical Reasoning)和句子改错(Sentence Correction)3 种题型。在 37 道数学题中有 Problem Solving 和 Data Sufficiency 两种题型,目的是检测基本数学技巧、基本概念的理解、数量推理、数量计算和解释图表的能力。在考试中 Problem Solving 和 Date Sufficiency 这两种题型交替出现,这两类问题都需要理解算术、基本代数和众所周知的几何概念。

Problem Solving 测试的是理解题目的文字描述和解决问题的能力,其 Direction 如下所示:

#### Directions

**Solve the problem and indicate the best of the answer choices given.**

**Numbers:** All numbers used are real numbers.

**Figures:** All figures accompanying a problem solving question is intended to provide information useful in solving the problem. Figures are drawn as accurately as possible EXCEPT when it is stated in a specific problem that its figure is not drawn to scale. Straight lines may sometimes appear jagged. All figures lie in a plane unless otherwise indicated.

上面的 Direction 说明了 GMAT 中所有的数字都是实数。除非题目指出上面图形不成比例,所有图形都尽可能按比例准确画出。直线有时看起来有粗糙的边(注:由于计算机屏幕原因,不必过分注重直线呈现出来的粗糙图像,看起来是直线就是直线了)。所有图形都在平面内,除非另行说明。这种对图形的认识与 GRE 中图有所不同,即图形是按比例画出的。

Data Sufficiency 的问题被设计为测试考生三方面的能力:

- to analyze a quantitative problem 分析一个数量问题
- to recognize which information is relevant 认知哪一个信息是相关的
- to determine at what point there is sufficient information to solve the problem 决定是否有足够的信息来解出问题

每个 Data Sufficiency 的问题包括一个问题,问题中通常夹杂着一些最初的信息;以及两

个选项,标为(1)和(2),包含附加信息。考生必须决定(1)或(2)是否单独有足够信息来回答问题,假如没有的话,结合起来是否能回答问题。其 Direction 如下所示:

#### Directions

This data sufficiency problem consists of a question and two statements, labeled (1) and (2), in which certain data are given. You have to decide whether the data given in the statements are sufficient for answering the question. Using the data given in the statements plus your knowledge of mathematics and everyday facts (such as the number of days in July or the meaning of counterclockwise), you must decide whether.

- Statement (1) ALONE is sufficient, but statement (2) alone is not sufficient to answer the question asked;
- Statement (2) ALONE is sufficient, but statement (1) alone is not sufficient to answer the question asked;
- BOTH statement (1) and (2) TOGETHER are sufficient to answer the question asked, but NEITHER statement ALONE is sufficient;
- EACH statement ALONE is sufficient to answer the question asked;
- Statement (1) and (2) TOGETHER are NOT sufficient to answer the question asked, and additional data specific to the problem are needed.

#### Special Notes

**Numbers:** All numbers used are real number.

**Figures:** A figure accompanying a data sufficiency problem will conform to the information given in the question, but will not necessarily conform to the additional information given in the statements (1) and (2).

Lines shown as straight can be assumed to be straight and lines that appear jagged can also be assumed to be straight.

You may assume that the positions of points, angles, regions, etc., exist in the order shown and that angle measures are greater than zero.

All figures lie in a plane unless otherwise indicated.

**Note:** In data sufficiency problems that ask for the value of a quantity, the data given in the statements are sufficient only when it is possible to determine exactly one numerical value for the quantity.

上面的 Directions 说明 Data Sufficiency 考题有 5 种选项 [并不像书面考试标为 (A)、(B)、(C)、(D)、(E)], 排列为 5 行。第一行为 (1) 单独就足够回答问题并且 (2) 单独不足以回答问题; 第二行为 (2) 单独足够并且 (1) 单独不足够; 第三行为 (1) 和 (2) 结合足够并且其中任一个单独都不足够; 第四行为每一个单独都足够; 第五行为 (1) 和 (2) 结合不足够回答问题, 对于该问

题需要附加信息。

上文中 Special Notes 内容与 Problem Solving 中的 Direction 内容相仿,需要注意的是 Data Sufficiency 所伴随的图形遵从题目中给出的信息,但并不必要遵从(1)和(2)中给出的附加信息。另需注意的是在问某一量的值时,(1)和(2)中的数据仅仅在决定该量的值为一个时才可能。例如下面这个例子:

$$I, \quad x = 4?$$

$$(1) \quad x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(2) \quad 3x^3 - 18x^2 + 24x = 0$$

由(1)中得  $(x-2)(x-4) = 0$ , 则  $x = 2$  or  $x = 4$

由(2)中得  $3x(x-2)(x-4) = 0$ , 则  $x = 2$  or  $x = 4$  or  $x = 0$

(1) + (2) 得  $x = 2$  or  $x = 4$ , 所以应选择 statement(1) and (2) Together are not answer the question asked.

在解 Data Sufficiency 问题时,需要注意的是不要浪费时间去解题,而应该去决定给出信息是否足够解决一个问题,先分别考虑(1)和(2),注意在考虑(2)时先不管(1)中的信息,当(1)和(2)单独都不行时,再结合起来考虑。另外需记住的是图形并不必要 drawn to scale,即按比例画出,所以不能仅仅根据看图来假设其特征,例如在没有告诉某四边形是正方形时,不要仅仅根据看起来像而假设某一信息。

在 Data Sufficiency 中,必须注意的是考虑(1)(2)是否足够回答问题,记住是“answer the question”,所以许多考生在解此类考题时往往有一个误区,对这个概念理解不清。读者首先体会下面这个例子:

$$I, \quad Z = 8?$$

$$(1) \quad Z^2 - 10Z + 16 = 0$$

$$(2) \quad Z^2 - 6Z + 8 = 0$$

应该选择什么呢?是(1)sufficient? (2)sufficient? (1) + (2)sufficient? 许多考生没有理解“answer the question”的意义而选择了(1) + (2)sufficient,这是错误的,正确选择是(2)sufficient! 为什么? Data Sufficiency 的问题是决定哪一个可以回答问题, Yes 是一种回答,而 No 又何尝不是呢? (2)中得到  $Z = 2$  or  $Z = 4$ , 说明  $Z \neq 8$ , 所以对上面问题的回答是 No, 所以(2) Alone is sufficient, 读者需注意这一类考题。

GMAT 所有的 Quantitative 的考题大约有一半是在数学环境给出的,而一半是基于现实生活的情况,在数学环境中可以采用近似、四舍五入等估值法,但日常生活考题则需考虑日常生活的现实情况。

在 GMAT 计算机考试中,考生应注意控制考试时间,既不要过于忙乱为赶时间而造成不必要的粗心,又不能在一道难题上浪费太多时间。近年来 GMAT 计算机考试中的数学难度越来越大,读者应仔细阅读本书第一章介绍的一些高难度的概率题。在考试中遇见数学难题并不是坏事,因为计算机化考试答对难题的得分比答对简单题要多得多,出现难题正是因为你前面的答题非常成功。也不要过分夸大 GMAT 数学题的难度,毕竟 GMAT 数学大纲决定了其考查范围,所以不可能出现高等代数中的内容。许多考生往往高估 GMAT 考查难度,认为最后几道题必然极难,所以往往将前面的考题快速做完而留下时间解决最后的难题,结果往往提前很长时间做完数学部分,又不能返回去检查,这是不合理的。GMAT 的数学考查重点是考生在数量推理时思维的全面性,快速解题往往易犯粗心的毛病,产生不必要的错误。读者从后

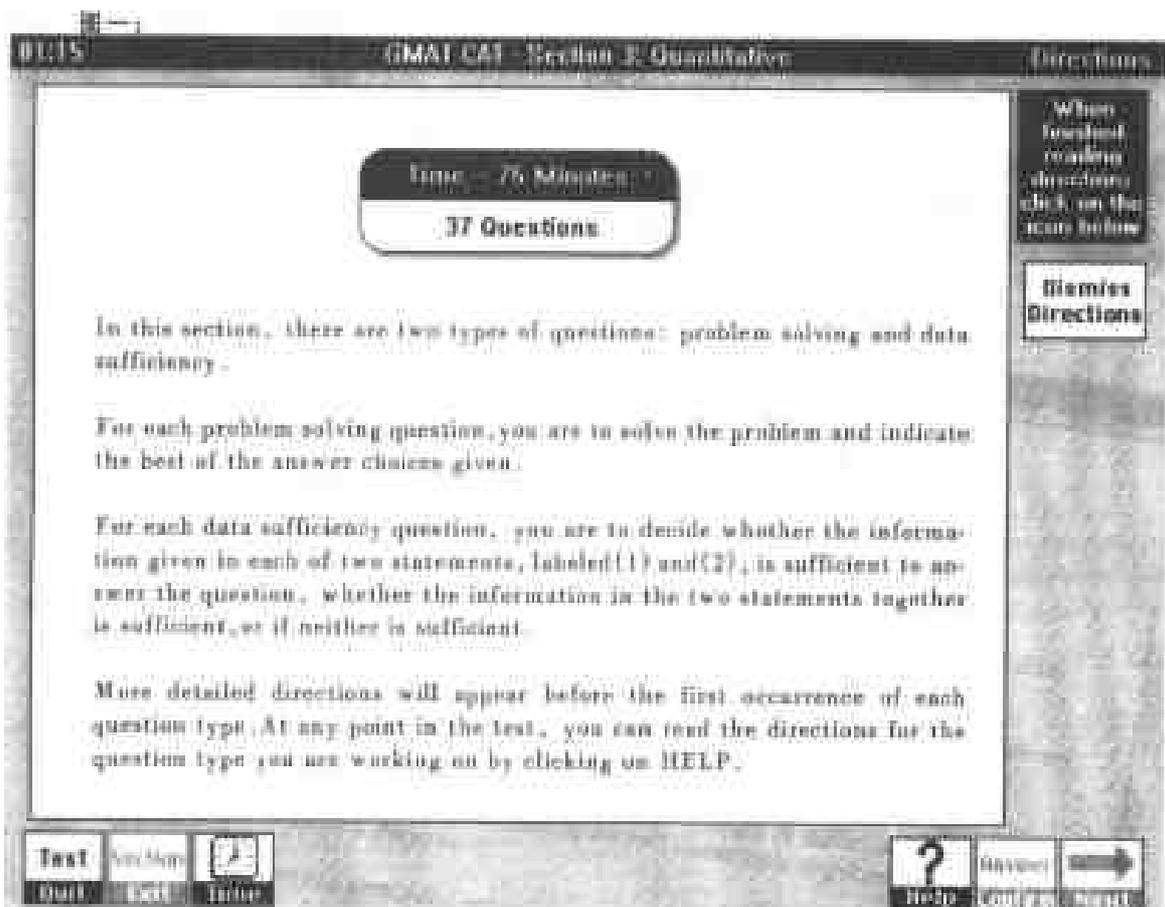
面近 20 年中 GMAT 所考查的所谓难题中可以看出,粗心是最大的错误根源,而不是难度。笔者在与许多参加 GMAT 计算机考试的考生的接触中了解到:很少有人在做数学部分时时间不够,并且所谓传说中的难题题型很少,只有一些相对较难的概率和排列组合,大多数考生可从容应付,所以考生一定要树立信心,从容解题,以取得 GMAT 高分。

下面是 GMAT 计算机考试中须使用的一些功能键,读者需了解其用法:



Next	First of 2 steps to move to a new question
Confirm	Last of 2 steps to move to a new question
Time	Shows or hides the time remaining
Exit	Allows you to leave a section and move on
Quit	Allows you to leave the entire test
Help	Recalls directions or provides help on how to take a test

图一为 GMAT 计算机考试数学部分开始的介绍,考生应迅速点击“Dismiss Direction”,跳过阅读 Direction,开始进入解题。



图二:

GMAT: Quantitative Fundamentals

Directions: When finished reading directions, click on the button below.

Dismiss Directions

**Directions:**

This data sufficiency problem consists of a question and two statements labeled (1) and (2), in which certain data are given. You have to decide whether the data given in the statements are sufficient for answering the question. Using the data given in the statements plus your knowledge of mathematics and everyday facts (such as the number of days in July or the meaning of counter-clockwise), you must indicate whether:

- statement (1) ALONE is sufficient, but statement (2) alone is not sufficient to answer the question asked;
- statement (2) ALONE is sufficient, but statement (1) alone is not sufficient to answer the question asked;
- BOTH statements (1) and (2) TOGETHER are sufficient to answer the question asked, but NEITHER statement ALONE is sufficient;
- EACH statement ALONE is sufficient to answer the question asked;
- statements (1) and (2) TOGETHER are NOT sufficient to answer the question asked, and additional data specific to the problem are needed.

**Numbers:** All numbers used are real numbers.

**Figures:** A figure accompanying a data sufficiency problem will conform to the information given in the question, but will not necessarily

Text Section

Help

图三:

GMAT: Quantitative Fundamentals

Directions: When finished reading directions, click on the button below.

Dismiss Directions

**Example:**

In  $\triangle PQR$ , what is the value of  $x$ ?

(1)  $PQ = PR$

(2)  $y = 40$



**Explanation:** According to statement (1),  $PQ = PR$ ; therefore,  $\triangle PQR$  is isosceles and  $y = x$ . Since  $x + y + z = 180$ , it follows that  $x + 2y = 180$ . Since statement (1) does not give a value for  $y$ , you cannot answer the question using statement (1) alone. According to statement (2),  $y = 40$ ; therefore,  $x + z = 140$ . Since statement (2) does not give a value for  $x$ , you cannot answer the question using statement (2) alone. Using both statements together, since  $x + 2y = 180$  and the value of  $y$  is given, you can find the value of  $x$ . Therefore, BOTH statements (1) and (2) TOGETHER are sufficient to answer the question, but NEITHER statement ALONE is sufficient.

To review these directions for subsequent questions of this type, click on HELP.

Text Section

Help

图四:

GMAT CAT Section 2 Quantitative 77 of 97



In the figure above, the sum of the three numbers in the horizontal row equals the product of the three numbers in the vertical column. What is the value of  $xy$ ?

6  
 15  
 35  
 75  
 90

Test Section

? Review Next

图五:

GMAT CAT Section 2 Quantitative 78 of 97

While on a straight road, car  $x$  and car  $y$  are traveling at different constant rates. If car  $x$  is now 1 mile ahead of car  $y$ , how many minutes from now will car  $x$  be 2 miles ahead of car  $y$ ?

(1) Car  $x$  is traveling at 50 miles per hour and Car  $y$  is traveling at 40 miles per hour.

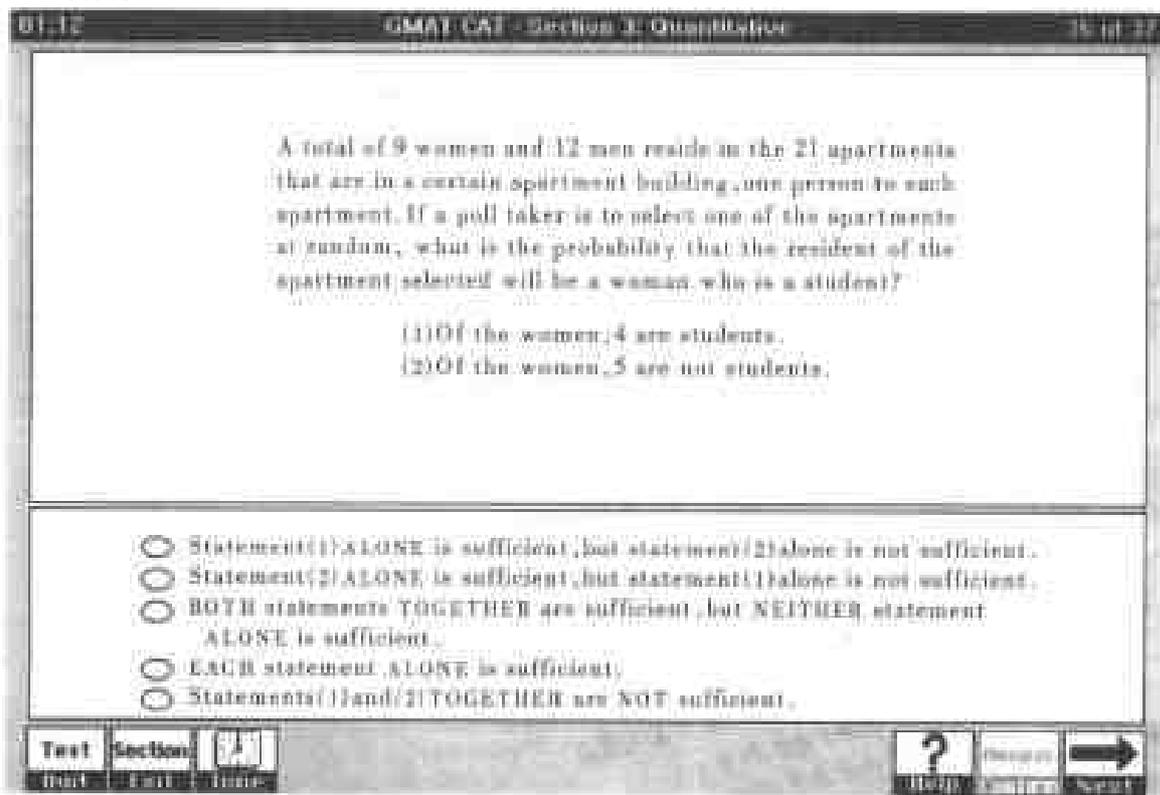
(2) 3 minutes ago car  $x$  was  $\frac{1}{2}$  mile ahead of car  $y$ .

Statement (1) ALONE is sufficient, but statement (2) alone is not sufficient.  
 Statement (2) ALONE is sufficient, but statement (1) alone is not sufficient.  
 BOTH statements TOGETHER are sufficient, but NEITHER statement ALONE is sufficient.  
 EACH statement ALONE is sufficient.  
 Statements (1) and (2) TOGETHER are NOT sufficient.

Test Section

? Review Next

图六:



图二为 Data Sufficiency 题型的 Direction, 读者需熟悉一下, 在考试时, 看到此图首先须迅速将 Scroll Box 向下移动, 然后迅速点击“Dismiss Direction”键, 跳过这一部分。

图三分别是 Problem Solving 和 Data Sufficiency 两种题型在 GMAT 计算机考试中出现的模式, 读者需熟悉这种出题形式。

图四译文: 上面图形中, 水平的 3 个数的和等于垂直的 3 个数的积,  $xy$  的值是多少?

解:  $37 + 38 + 15 = 15xy$   $xy = 6$ , 所以第一个选项正确。

图五译文: 在一条直路上, 小汽车  $x$  和  $y$  以不同的速度行驶, 假如汽车  $x$  现在在离汽车  $y$  一英里远的前方, 从现在起多少分钟后汽车  $x$  在汽车  $y$  前两英里?

(1) 汽车  $x$  以每小时 50 英里并且汽车  $y$  以每小时 40 英里速度行驶

(2) 3 分钟前汽车  $x$  在汽车  $y$  前  $\frac{1}{2}$  英里

解: 根据(1)汽车  $x$  比汽车  $y$  每小时快 10 英里, 所以可以得到汽车  $x$  在汽车  $y$  前两英里的时间。(2)由 3 分钟前汽车  $x$  在汽车  $y$  前半英里, 所以可以得到从现在起 6 分钟后汽车  $x$  在汽车  $y$  前两英里。由(2)也可以回答上面的问题, 所以第四个选项正确。

图六译文: 9 名女性和 12 名男性居住在一座公寓楼的 21 个单元中, 每人各住一个单元中。假如一位民意测验人随机选择一个单元, 所选的一个单元是女性学生的概率是多少?

(1) 女性中有 4 人是学生

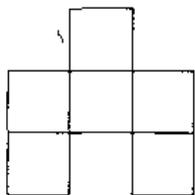
(2) 女性中有 5 人不是学生

解: 共 9 名女性(1)中说明有 4 名女性为学生, 则被选择的公寓是女性学生的概率为  $\frac{4}{21}$ , 同理(2)中也说明有 4 名女性为学生, 所以(1)、(2)均可分别得到该概率, 所以第四个选项正确。

## Problem Solving Sample Questions

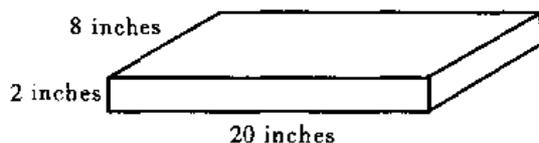
1. For the positive numbers  $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$ ,  $n+4$  and  $n+8$ , the mean is how much greater than the median?

(A) 0  
 (B) 1  
 (C)  $n+1$   
 (D)  $n+2$   
 (E)  $n+3$



2. The figure above is composed of 6 squares, each with side  $s$  centimeters. If the number of centimeters in the perimeter of the figure is equal to the number of square centimeters in its area, what is the value of  $s$ ?

(A) 1 (B)  $\frac{5}{3}$  (C) 2 (D)  $\frac{5}{2}$  (E)  $\frac{7}{3}$



3. The figure above shows the dimensions of a rectangular box that is to be completely wrapped with paper. If a single sheet of paper is to be used without patching, then the dimensions of the paper could be
- (A) 17 in by 25 in (B) 21 in by 24 in  
 (C) 24 in by 12 in (D) 24 in by 14 in  
 (E) 26 in by 14 in

1. 对于正整数  $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$ ,  $n+4$  和  $n+8$ , 则算术平均值比中数大多少?

解: 对于这 5 个数的算术平均值为:

$$\frac{n + (n+1) + (n+2) + (n+4) + (n+8)}{5} = n+3$$

而 5 个数的中数为  $n+2$ , 则算术平均数比中数大 1, 所以 (B) is correct.

2. 左面的图形由 6 个正方形构成, 每个正方形的边长为 5 厘米。假如该图形周长厘米的数目等于该图形面积的平方厘米的数目,  $s$  的值是多少?

解: 该图形的面积为  $6s^2$ , 而周长的计算须小心数出有多少个  $s$ , 正确数目为  $14s$ , 则:

$$6s^2 = 14s$$

$$s = \frac{7}{3}$$

所以 (E) is correct.

3. 左面的图形展示了一个将由一张纸完全包裹的长方形盒子的长, 宽和高。假如一张纸不重叠地被用于包裹盒子, 这张纸的长和宽可以是多少?

解: 这个长方形盒子的表面积为:

$$(2 \times 8 + 2 \times 20 + 20 \times 8) \times 2 = 432$$

则只有这张纸的面积大于 432 平方英寸才可能完全包裹这个盒子, (A) 的面积为 425, 所以 (A) 不对, (B) 的面积为 504, 所有 (B) 可以为正确答案。由 (C)、(D)、(E) 的面积均小于 432 得 (B) is correct.

4. On a purchase of \$ 120, a store offered a payment plan consisting of a \$ 20 down payment and 12 monthly payments of \$ 10 each. What percent of the purchase price, to the nearest tenth of a percent, did the customer pay in interest by using this plan?

(A) 16.7% (B) 30% (C) 75.8%  
(D) 106.7% (E) 107.5%

5. Three types of pencils,  $J$ ,  $K$ , and  $L$ , cost \$ 0.05, \$ 0.10, and \$ 0.25 each, respectively. If a box of 32 of these pencils costs a total of \$ 3.40 and if there are twice as many  $K$  pencils as  $L$  pencils in the box, how many  $J$  pencils are in the box?

(A) 6  
(B) 12  
(C) 14  
(D) 18  
(E) 20

6. Working alone, printers  $X$ ,  $Y$ , and  $Z$  can do a certain printing job, consisting of a large number of pages, in 12, 15, and 18 hours, respectively. What is the ratio of the time it takes printer  $X$  to do the job, working alone at its rate, to the time it takes printers  $Y$  and  $Z$  to do the job, working together at their individual rates?

(A)  $\frac{4}{11}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{15}{22}$   
(D)  $\frac{22}{15}$   
(E)  $\frac{11}{4}$

4. 每购买 120 美元,一商店就提供一个包含 20 美元直接付款,并且 12 个月中每个月付 10 美元的付款计划。顾客使用这个计划付款时,所付的利息是购买价格的百分之多少,四舍五入到百分比的十分位?

$$\text{解: } \frac{20 + 12 \times 10 - 120}{120} = 16.7\%$$

所以(A)is correct。

5. 3 种类型的铅笔  $J$ ,  $K$ ,  $L$ , 每支价格分别为 0.05 美元、0.1 美元、0.25 美元。假如一盒 32 支铅笔,共值 3.4 美元,并且假如盒子中  $K$  铅笔的数目是  $L$  数目的 2 倍,盒子中有多少  $J$  铅笔?

解:设盒子中  $L$  铅笔的数目为  $x$ ,则  $k$  铅笔为  $2x$  只, $J$  铅笔有  $32 - 3x$  只,可以得到如下方程:

$$(32 - 3x)0.05 + 2x(0.1) + x0.25 = 3.4$$

$$x = 6$$

$J$  铅笔共  $32 - 3x = 14$  支

所以(C)is correct。

6. 单独工作时,打印机  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  能够做一个包含许多页、分别在 12、15 和 18 小时内完成的打印工作。打印机  $X$  完成工作所需要的时间与打印机  $Y$  和  $Z$  一起完成工作所需要的时间的比率是多少?

解: $Y$  和  $Z$  共同完成工作所需要的时间为:

$$\frac{1}{\frac{1}{15} + \frac{1}{18}} = \frac{90}{11}$$

所以  $X$  的完成时间与  $YZ$  共同完成时间的比率为:

$$12 : \frac{90}{11} = \frac{22}{15}$$

所以(D)is correct。

Score	Number of Students
83	5
70	6
92	3
	5
64	1

7. The incomplete table above shows a distribution of scores for a class of 20 students. If the average (arithmetic mean) score for the class is 78, what is the median score of 20 students?

(A) 73 (B) 75 (C) 77  
(D) 79 (E) 81

8. On a certain scale of intensity, each increment of 10 in magnitude represents a tenfold increase in intensity. On this scale, an intensity corresponding to a magnitude of 165 is how many times an intensity corresponding to a magnitude of 125?

(A) 40 (B) 100 (C) 400 (D) 1,000  
(E) 10,000

9. On a Saturday night, each of the rooms at a certain motel was rented for either \$40 or \$60. If 10 of the rooms that were rented for \$60 had instead been rented for \$40, then the total rent the motel charged for that night would have been reduced by 25 percent. What was the total rent the motel actually charged for that night?

(A) \$ 600  
(B) \$ 800  
(C) \$ 1,000  
(D) \$ 1,600  
(E) \$ 2,400

7. 左面未完成的图表展示了一个班级 20 名学生的分数分配。假如该班级的平均分是 78 分,这 20 名学生分数的中数是多少?

解:由于有一个分数未知所以需首先求出未知分数:

设未知分数为  $x$ ,则得到如下方程

$$78 = \frac{x \times 5 + 83 \times 5 + 70 \times 6 + 92 \times 3 + 64}{20}$$

所以  $x = 77$

如左面图表有 3 个 92 分,5 个 83 分,5 个 77 分,中数是第 10 个和第 11 个数的算术平均值,而第 10 人和第 11 人的得分都是 77 分,则中数也是 77 分,所以 (C) is correct.

8. 在某一强度等级中,每增加 10 级代表强度增加 10 倍,以这个标准,对应于 165 级的强度是对应于 125 级的强度的多少倍?

解:本题在于阅读能力, magnitude 意为等级即 degree, tenfold 指 10 倍。

$$10 \frac{165 - 125}{10} = 10000$$

(E) is correct.

9. 在周六晚上,某一汽车旅店的每间房屋的租金为 40 美元或 60 美元,假如 10 间租价曾为 60 美元的房屋以 40 美元出租,那么那个晚上汽车旅店的总租金减少 25%,那个晚上汽车旅店的总租金是多少?

解:旅馆少收入了  $(60 - 40) \times 10 = 200$  美元,这 200 美元即为减少的 25%,所以

$$\frac{200}{0.25} = 800 \text{ 美元}$$

本题问的是那个晚上的实际收入,而上面得到的 800 美元为应当的收入,则实际收入为

$$800 \times (1 - 0.25) = 600$$

(A) is correct.

## Data Sufficiency Sample Questions

### Direction:

- Statement(1)ALONE is sufficient, but statement(2)alone is not sufficient.  
 Statement(2)ALONE is sufficient, but statement(1)alone is not sufficient.  
 BOTH statements TOGETHER are sufficient, but NEITHER statement ALONE is sufficient.  
 EACH statement ALONE is sufficient.  
 Statements(1)and(2)TOGETHER are NOT sufficient.

### Example One

If  $\otimes$  denotes a mathematical operation, does  $x \otimes y = y \otimes x$  for all  $x$  and  $y$ ?

- (1) For all  $x$  and  $y$ ,  $x \otimes y = 2(x^2 + y^2)$ .  
 (2) For all  $y$ ,  $0 \otimes y = 2y^2$ .

1. 假如 $\otimes$ 定义了一个算术运算,对于所有的 $x$ 和 $y$ , $x \otimes y = y \otimes x$ 吗?

- (1)对于所有的 $x$ 和 $y$ , $x \otimes y = 2(x^2 + y^2)$   
 (2)对于所有的 $y$ , $0 \otimes y = 2y^2$

解:由(1)中的对 $\otimes$ 运算的定义可以回答上面的问题为 YES,所以(1)可以单独回答问题;对于(2)无法回答上面的问题,所以(A)is correct。

### Example Two

All trainees in a certain aviator training program must take both a written test and a flight test. If 70 percent of the trainees passed the written test, and 80 percent of the trainees passed the flight test, what percent of the trainees passed both tests?

- (1) 10 percent of the trainees did not pass either test.  
 (2) 20 percent of the trainees passed only the flight test.

2. 某一飞行员培训项目的所有受训者必须参加写作测试和飞行测试。假如70%的受训者通过了写作测试,80%的受训者通过了飞行测试。同时通过两次测试的受训者的百分比是多少?

- (1) 10%的受训者未通过任一测试  
 (2) 20%的受训者仅仅通过飞行测试

解:由(1)10%的人未通过任一测试,得到90%的人至少通过1个测试,则通过两个测试的人可以通过 $(70\% + 80\%) - 90\%$ 得到,所以(1)可以单独回答问题;(2)20%的人仅通过飞行测试说明了通过两个测试的人有 $80\% - 20\% = 60\%$ , (2)单独回答了上面的问题  
所以(D)is correct。

**Example Three**

If  $x$  and  $y$  are integers between 10 and 99, inclusive; is  $\frac{x-y}{9}$  an integer?

- (1)  $x$  and  $y$  have the same two digits, but in reverse order.  
 (2) The tens digit of  $x$  is 2 more than the units digit, and the tens digit of  $y$  is 2 less than the units' digit.

**Example Four**

If  $x$  and  $y$  are positive integers and  $x$  is a multiple of  $y$ , is  $y = 2$ ?

- (1)  $y \neq 1$   
 (2)  $x + 2$  is a multiple of  $y$

**Example Five**

Pam and Ed are in a line to purchase tickets. How many people are in the line?

- (1) There are 20 people behind Pam and 20 people in front of Ed.  
 (2) There are 5 people between Pam and Ed.

3. 假如  $x$  和  $y$  是 10 和 99 之间的整数, 包括首尾数字,  $\frac{x-y}{9}$  是一个整数吗?

- (1)  $x$  和  $y$  有两个相同数字, 但是次序颠倒。  
 (2)  $x$  的十位数比个位数大 2,  $y$  的十位数比个位数小 2。

解: 由(1)  $x$  和  $y$  的两个数字相同但次序颠倒, 设  $x$  的个位数为  $m$ , 十位数为  $n$ , 则  $x = 10n + m$ , 而  $y = 10m + n$ ,  $x - y = 9(n - m)$ 。所以  $\frac{x-y}{9}$  一定是一个整数。(1) 单独回答了上述问题; (2) 例如  $x = 24$ ,  $y = 42$  满足条件  $x - y$  可以被 9 整除, 但如果  $x = 24$ ,  $y = 75$ , 则  $x - y$  就不能被 9 整除, 所以(2)单独回答不了问题。  
 所以(A) is correct。

4. 假如  $x, y$  是正整数并且  $x$  是  $y$  的倍数,  $y = 2$ ?

- (1)  $y \neq 1$   
 (2)  $x + 2$  是  $y$  的倍数

解: 由(1)中  $y \neq 1$  说明不了  $y$  是否等于 2; (2)中  $x + 2$  是  $y$  的倍数, 且  $x$  是  $y$  的倍数, 则  $y = 1$  或 2, 也无法单独回答上面的问题; (1) + (2) 可以得到  $y = 2$   
 所以(C) is correct。

5. P 和 E 排队买票, 该队列中有多少人?

- (1) 有 20 个人在 P 的后面且有 20 个人在 E 的前面  
 (2) P 和 E 之间有 5 个人

解: 由(1)无法得到该队列的人数, 因为不知道 P 和 E 之间有多少人; 由(2)也无法回答上面的问题; (1) + (2) 同样无法回答上面的问题, 因为不知道 P 和 E 谁在前面, 若 P 在前面, 则该队列有  $20 + 20 - 5 = 35$  人, 若 E 在前面, 则该队列有  $20 + 20 + 2 + 5 = 47$  人  
 所以(E) is correct。

**Example Six**

Is quadrilateral  $RSTV$  a rectangle?

- (1) The measure of  $\angle RST$  is  $90^\circ$
- (2) The measure of  $\angle TVR$  is  $90^\circ$

**Example Seven**

Before play-offs, a certain team had won 80 percent of its games. After play-offs, what percent of all its games had the team won?

- (1) The team competed in 4 play-off games.
- (2) The team won all of its play-off games.

6. 四边形  $RSTV$  是长方形吗?

- (1)  $\angle RST = 90^\circ$
- (2)  $\angle TVR = 90^\circ$

解:由(1)中一个角为  $90^\circ$ ,无法判断上面问题;(2)同理无法判断;(1)+(2)也无法判断该图形是否为长方形,因为另两个角的角度未知,可以是  $90^\circ$ 也可以不是。  
所以(E)is correct。

7. 在季后赛之前,某一队赢得了 80% 的比赛,在季后赛后,该队共赢得了百分之多少的比赛?

- (1) 该队进行了四场季后赛
- (2) 该队赢了其所有的季后赛

解:(1)未知季后赛的胜负,也不知季后赛前该队进行了多少场比赛;(2)不知季后赛前该队进行了多少场比赛,(1)+(2)同样无法回答上面的问题。  
所以(E)is correct。

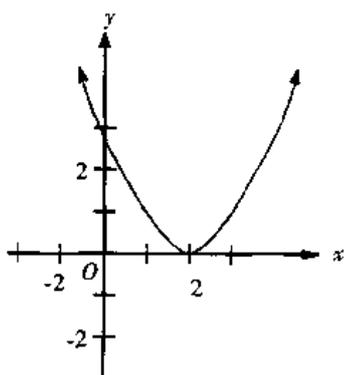
## 第二节 GMAT 数学难题解答

- Statement(1)ALONE is sufficient, but statement(2)alone is not sufficient.  
 Statement(2)ALONE is sufficient, but statement(1)alone is not sufficient.  
 BOTH statements TOGETHER are sufficient, but NEITHER statement ALONE is sufficient.  
 EACH statement ALONE is sufficient.  
 Statements(1)and(2)TOGETHER are NOT sufficient.

### Section One

1. If all of the telephone extensions in a certain company must be even numbers, and if each of the extensions uses all four of the digits 1, 2, 3, and 6, what is the greatest number of four-digit extensions that the company can have?

(A)4 (B)6 (C)12 (D)16 (E)24



2. According to the graph above, when  $x = 3$ ,  $y$  is most nearly

(A) -1 (B)  $-\frac{1}{2}$  (C) 0 (D)  $\frac{1}{2}$  (E) 1

1. 假如某公司所有的电话分机都是偶数,并且假如每个分机都使用 1, 2, 3, 6 这 4 个数字, 该公司可能有的 4 个数字分机的最大数目是多少?

解: 注意分机都是偶数, 所以对于个位应当是 2, 6 两个数字中的 1 个, 即  $C_2^1$ , 而剩下三个位置是剩下三个数字的全排列  $P_3^3$ ,

$$P_3^3 \cdot C_2^1 = 12$$

所以 (C) is correct.

2. 根据上面的图表, 当  $x = 3$  时,  $y$  最近似下列哪一个?

解: 本题问题在于 (D) 和 (E) 中选择哪一个, 注意本书前一节已经说过, 除非指出图形不成比例, 所有图形都尽可能按比例画出。所以, 由图形  $x = 3$  时,  $y$  最近似 1, 所以 (E) is correct。不要试图推导曲线公式, 因为本题根本未告诉你该曲线是什么。另外需注意, 这种看图法仅在 GMAT problem solving 图形中有效, 而在 Data Sufficiency 题中的图形并不必要按比例画出。

3. Diana bought a stereo for \$530, which was the retail price plus a 6 percent sales tax. How much money could she have saved if she had bought the stereo at the

same retail price in a neighboring state where she would have paid a sales tax of 5 percent?

- (A) \$1.00 (B) \$2.65 (C) \$4.30  
(D) \$5.00  
(E) \$5.30

4. Raffle tickets numbered consecutively from 101 through 350 are placed in a box. What is the probability that a ticket selected at random will have a number with a hundreds digit of 2?

- (A)  $\frac{2}{5}$  (B)  $\frac{2}{7}$  (C)  $\frac{33}{83}$   
(D)  $\frac{99}{250}$   
(E)  $\frac{100}{249}$

5. If  $x$  and  $y$  are different prime numbers, each greater than 2, which of the following must be true?

- I.  $x + y \neq 91$   
II.  $x - y$  is an even integer.  
III.  $\frac{x}{y}$  is not an integer.

- (A) II only  
(B) I and II only  
(C) I and III only  
(D) II and III only  
(E) I, II, and III

3. 黛安娜花 \$530 买了一个音响,这是零售价加上 6% 的购物税。假如她买这种音响在购物税是 5% 的邻近州以相同的零售价出售,她可能省多少钱?

解:设音响零售价为  $x$ ,则

$$x(1 + 6\%) = 530, x = \frac{530}{1.06}$$

则节省的钱为:

$$530 - \frac{530}{1.06}(1 + 5\%) = 5$$

所以(D) is correct。

4. 彩票由 101 至 350 被放置在一个盒子中,从盒子中随机选择一张彩票,百分数字是 2 的概率是多少?

解:在 101 至 350 中,百位数字是 2 的一共有 100 个,而 101 至 350 中共 250 个数字,百分数字是 2 的概率为:

$$P = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}$$

所以(A) is correct。

hundreds digit 百分数,另 units digit 指个位数,tenths digit 指十分位的数字。

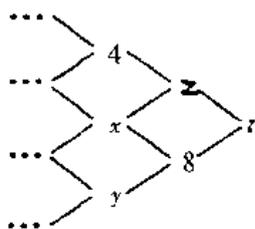
5. 假如  $x$  和  $y$  是不同的质数,且每一个都大于 2,下列哪一个一定正确?

解:I.  $x + y \neq 91$  必然成立,因为 91 必须由一个偶数和一个奇数得到, $x, y$  都不可能为偶数。

II.  $x - y$  是偶数必然成立,因为  $x, y$  都一定是奇数。

III.  $\frac{x}{y}$  不是整数也必然成立,因为  $x, y$  均为质数且奇数。

所以(E) is correct。

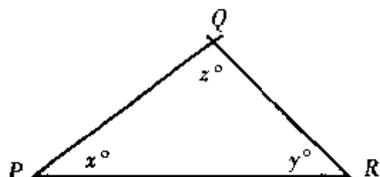


6. Each number in the arrangement above is obtained from the two nearest numbers in the column immediately to the left by subtracting the upper number from the lower number. What is the value of  $z$ ?

- (1)  $x = 7$  (2)  $t = 5$

7. What is the value of the two-digit number  $x$ ?

- (1) The sum of the two digits is 4.  
 (2) The difference between the two digits is 2.



8. In  $\triangle PQR$  above, is  $PQ > PR$ ?

- (1)  $x = y$   
 (2)  $y = z$

9. How many minutes long is time period  $X$ ?

- (1) Time period  $X$  is 3 hours-long.  
 (2) Time period  $X$  starts at 11 p. m. and ends at 2 a. m.

6. 上面排列的每一个数字都由左边一栏中两个最近的数字得到,通过较低的数字减较高的数字, $z$  的值是多少?

解:由上面的定义,则  $z = x - 4$  或者  $8 - z = t$ , (1)由已知  $x = 7$ ,则  $z = 3$ ,可以回答上面的问题;(2)由已知  $t = 5$ ,则  $z = 8 - t = 3$ ,也可以回答上面的问题。

所以(D) is correct。

7. 两位数  $x$  的值是多少?

解:单独由(1)或(2)均无法回答上面的问题;由(1)+(2)可以得到两个方程,设十位数和个位数分别为  $m$  和  $n$ ,则:

$$m + n = 4$$

$$m - n = 2$$

$m = 3, n = 1$  但可以组成两个十位数即 13 和 31,所以(1)和(2)也无法回答上面问题。(E) is correct。

8. 在上面的  $\triangle PQR$  中,  $PQ > PR$ ?

解:(1)中  $x = y$  无法做出判断,而(2)中  $y = z$ ,则得到  $PQ = PR$ ,所以本题(B) is correct,因为对上面的问题回答是“*No*”,注意:许多考生习惯于认为只有回答 YES 才算回答了问题,回答 *No*,同样也是回答。

9. 时间区  $X$  一定有多少分钟?

解:(1)显然可以回答问题,但问题在于(2)。(2)是否可以回答问题呢,不一定,因为不知道开始和结束是否在同一天。

所以(A) is correct。

10. A certain alloy contains only lead, copper, and tin. How many pounds of tin are contained in 56 pounds of the alloy?

- (1) By weight the alloy is  $\frac{3}{7}$  lead and  $\frac{5}{14}$  copper.  
 (2) By weight the alloy contains 6 parts lead and 5 parts copper.

√11. What is the least number of digits (including repetitions) needed to express  $10^{100}$  in decimal notation?

- (A) 4 (B) 100 (C) 101 (D) 1,000  
 (E) 1,001

12. The concentration of a certain chemical in a full water tank depends on the depth of the water. At a depth that is  $x$  feet below the top of the tank, the concentration is  $3 + \frac{4}{\sqrt{5-x}}$  parts per million, where  $0 < x < 4$ . To the nearest 0.1 foot, at what depth is the concentration equal to 6 parts per million?

- (A) 2.4 ft (B) 2.5 ft  
 (C) 2.8 ft (D) 3.0 ft  
 (E) 3.2 ft

10. 某种合金仅含有铅、铜和锡, 56 磅的合金中含有多少磅的锡?

解: (1) 中 lead  $\frac{5}{7}$ , copper  $\frac{5}{14}$ , 则 tin  $\frac{3}{14}$ , 用  $56 \times \frac{3}{14}$  可以得到锡的量, 所以 (1) 单独足够回答上面的问题;  
 (2) 中无法判断共有多少 parts, 所以其单独无法回答上面的问题。  
 所以 (A) is correct。

11. 以十进制计数来表达  $10^{100}$  需要用的最少的数字是多少(包括重复)?

解: 本题的问题在于许多考生无法正确理解题意, decimal 有两个意思: 十进制, 小数。本题中的 decimal notation 指十进制计数, 即通常使用的计数方式如 100, 1000, 10000。而另一种计数方式为: scientific notation 科学计数法, 指数字被表达为 10 的次方关系, 如  $1.0 \times 10^2$ ,  $1.7 \times 10^3$  等等。本题问十进制计数表达  $10^{100}$  所需要的最少数目的数字,  $10^1 = 10$  需要 2 个数字,  $10^2 = 100$  需要 3 个数字,  $10^3 = 1000$  需要 4 个数字, 而  $10^{100}$  需要 101 个数字, 所以 (C) is correct。

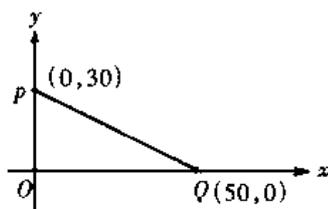
12. 某种化学物质在一个水罐中的浓度依赖水的深度, 在低于水罐顶部  $x$  英尺的深度, 浓度为每百万  $3 + \frac{4}{\sqrt{5-x}}$  份, 在这里  $0 < x < 4$ , 四舍五入至 0.1 英尺, 多深的时候浓度等于每百万 6 份?

解: to the nearest 是英文中四舍五入的正式表达, to the nearest thousandths 指四舍五入到千分位。concentration 指浓度。

$$3 + \frac{4}{\sqrt{5-x}} = 6$$

$$x = 3.2$$

所以 (E) is correct。



13. In the figure above, how many of the points on line segment  $PQ$  have coordinates that are both integers?

(A)5 (B)8 (C)10 (D)11 (E)20

14. A wildlife preserve is being planned for 3,000 rhinoceroses. The preserve is to contain a total of 10,000 acres of watering area, plus 100 acres of grazing area for each rhinoceros. If the number of rhinoceroses is expected to increase by 10 percent, how many thousand acres should the preserve have in order to provide for the increased population?

(A)340  
(B)330  
(C)320  
(D)310  
(E)300

15. In a certain animal population, for each of the first 3 months of life, the probability that an animal will die during that month is  $\frac{1}{10}$ . For a group of 200 newborn members of the population, approximately how many would be expected to survive the first 3 months of life?

(A)140 (B)146 (C)152 (D)162

13. 在上面的图形中, 线段  $PQ$  上有多少点的坐标都是整数?

解: 上面的线段方程为  $y = -\frac{3}{5}x + 30$

( $0 \leq x \leq 50$ ), 则若坐标都是整数,  $x$  坐标都应被 5 整除, 在 0 至 50 之间可以被 5 整除的数有 11 个。

所以(D) is correct.

14. 一个野生动物保护区计划保护 3000 头犀牛, 该保护区除包含有 10000 英亩的水域外, 另有每头犀牛 100 英亩的放牧区, 假如犀牛的数目预计增加 10%, 保护区需要多少千亩的土地来提供给数目已增多的犀牛?

解: 本题是考查阅读, 有几个要点需抓住, 如题中第四行的 each, 第二行中的 a total of 和第七行中的 increased population。但由于 ETS 的出题原则中不会给出类似错误所导致的答案, 所以即使考生理解错误, 也需观察选项, 看何种理解有答案。a total of 指水域是固定的, 不会随犀牛的增加而增加, each 指每增加一头犀牛所需的土地, the increased population 指增加后的犀牛数目, 则:

$$10000 + 100 \times 3000(1 + 10\%) \\ = 340000 = 340 \text{ thousand}$$

所以(A) is correct.

15. 在某种动物中, 出生后前 3 个月中的每个月, 动物在那个月死亡的概率是  $\frac{1}{10}$ , 对于一组 200 个新成员中, 预计有多少可以在前 3 个月存活下来?

解: 由死亡的概率为 0.1, 则第一个月后生存下来  $200(1 - 0.1)$  个, 同理第二个月为  $200(1 - 0.1)^2$ , 第三个月为  $200(1 - 0.1)^3 = 146$  个

所以(B) is correct.

(E)170

16. If Mark saved an average (arithmetic mean) of \$80 per week for 3 consecutive weeks, how much did he save the second week?

(1) The average amount that Mark saved per week for the first 2 weeks was \$60.

(2) The amount that Mark saved the first week was  $\frac{1}{2}$  the amount he saved the second week and  $\frac{1}{3}$  the amount he saved the third week.

	A	B	C	D	E	F
	City	City	City	City	City	City
City A						
City B						
City C						
City D						
City E						
City F						

17. In the table above, what is the least number of table entries that are needed to show the mileage between each city and each of the other five cities?

- (A)15 (B)21 (C)25  
(D)30  
(E)36

18. If  $a$  is a positive integer, and if the units' digit of  $a^2$  is 9 and the units' digit of  $(a+1)^2$  is 4, what is the units' digit of  $(a+2)^2$ ?

(A)1

16. 假如在连续 3 周中每周 Mark 平均节省 80 美元,他在第二周节省多少钱?

解:(1)中指 Mark 在前两周节省的平均值为每周 60 美元,但无法确定第一、二周分别节省多少。

(2)中指出第一周节省的量是第二周节省的量的  $\frac{1}{2}$ ,是第三周节省的量的三分之一,则设第一周为  $x$ ,得到下列等式可求得  $x$  值

$$\frac{x + 2x + 3x}{3} = 80$$

$2x$  即为第二周的量,则(2)可以回答上面问题

(B)is correct.

17. 在左面的图表中,最少需要填入多少位置才能展示每个城市与其他 5 个城市中的每一个之间的里程?

解:本题意为在多少个位置上填入数字才能展示每个城市与其他 5 个城市之间的距离。由最笨但最易理解的方法:A 栏中填入 5 个位置表示其与 B, C, D, E, F 的距离,而 B 栏中填入 4 个位置表示其与 C, D, E, F 的距离,而 C 栏中需填入 3 个位置,同理 D 栏中填入 2 个位置, E 栏中只需填入一个位置得:

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

用排列组合法,6 个城市中任 2 个城市之间的距离为:  $C_6^2 = 15$

所以(A)is correct.

18. 假如  $a$  是一个正整数,假如  $a^2$  的个位数是 9,并且  $(a+1)^2$  的个位数是 4,那么  $(a+2)^2$  的个位数字是多少?

解:因为  $a^2$  的个位数是 9,则  $a$  的个位数可能为 3 或 7,又由于  $(a+1)^2$  的个位数是

- (B)3  
(C)5  
(D)7  
(E)9

19. The ratio, by volume, of soap to alcohol to water in a certain solution is 2 : 50 : 100. The solution will be altered so that the ratio of soap to alcohol is doubled while the ratio of soap to water is halved. If the altered solution will contain 100 cubic centimeters of alcohol, how many cubic centimeters of water will it contain?
- (A)50 (B)200  
(C)400  
(D)625  
(E)800

20. If 75 percent of a class answered the first question on a certain test correctly, 55 percent answered the second question on the test correctly, and 20 percent answered neither of the questions correctly, what percent answered both correctly?
- (A)10% (B)20%  
(C)30% (D)50%  
(E)65%

$$\begin{array}{r}
 1,234 \\
 1,243 \\
 1,324 \\
 \dots \\
 \dots \\
 + 4,321 \\
 \hline
 \end{array}$$

4, 则  $a$  的个位数不可能为 3, 否则  $(a+1)^2$  的个位数应为 6, 则  $a^2$  的个位数为 7, 加 1 后为 8 则  $(a+1)^2$  的个位数为 4, 则加 2 后个位数为 9, 则  $(a+2)^2$  的个位数为 1。

所以(A)is correct。

19. 在某一溶液中, 肥皂与酒精与水的容积的比率为 2:50:100。该溶液将被改变以致肥皂与酒精的比率加倍同时肥皂与水的比率减半, 假如被改变的溶液将含 100 立方厘米的酒精, 它将含多少立方厘米的水?

解: 由肥皂和酒精比率加倍, 而肥皂与水的比率减半得到被改变后的肥皂、酒精与水的比率为:

$$4:50:400$$

而酒精为 100 立方厘米, 则水为  $100 \times 8 = 800$  立方厘米, 所以(E)is correct。

20. 假如在某一测试中某班级有 75% 的人正确回答了第一个问题, 55% 的人正确回答了第二个问题, 20% 的人没有答对任一道题, 两道题都回答正确的百分比是多少?

解: 因为有 20% 的人任一道题都未答对, 所以两道题中至少答对一道题的比率为 80%, 则两道题都答对的百分比为:

$$55\% + 75\% - 80\% = 50\%$$

所以(D)is correct。

21. 上面的加法问题展示了由在每个数字中使用 1, 2, 3, 4 各 1 次所组成的 24 个数字中的 4 个数字, 这 24 个数字的和是多少?

解: 由 1, 2, 3, 4 构成四位数, 每个数字在四位数中出现一次, 共构成  $P_4^4 = 24$  个四位数。在这 24 个数字中, 1, 2, 3, 4, 分别出现在个, 十, 百, 千位的次数分别为 6 次,

21. The addition problem above shows four of the 24 different integers that can be formed by using each of the digits 1, 2, 3, and 4 exactly once in each integer. What is the sum of these 24 integers?

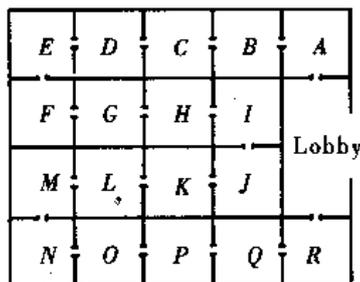
- (A) 24,000 (B) 26,664 (C) 40,440  
(D) 60,000 (E) 66,660

22. In a certain class consisting of 36 students, some boys and some girls, exactly  $\frac{1}{3}$  of the boys and exactly  $\frac{1}{4}$  of the girls walk to school. What is the greatest possible number of students in this class who walk to school?

- (A) 9  
(B) 10  
(C) 11  
(D) 12  
(E) 13

23. What is the tens digit of positive integer  $x$ ?

- (1)  $x$  divided by 100 has a remainder of 30.  
(2)  $x$  divided by 110 has a remainder of 30.



所以这 24 个数字相加,个位,十位,百位,千位相加的和均为  $(1+2+3+4) \times 6 = 60$ ,则 24 个数字相加的和为:

$$60(1000 + 100 + 10 + 1) = 66660$$

所以 (E) is correct.

22. 在某一班级中包括 36 名男女学生,有  $\frac{1}{3}$  的男孩和  $\frac{1}{4}$  的女孩徒步上学,该班级徒步上学的学生的最大数目是多少?

解:因为有  $\frac{1}{3}$  的男生和  $\frac{1}{4}$  的女生徒步上学,则男生人数必为 3 的倍数,女生人数必为 4 的倍数,要得到徒步上学的学生数目最大,则男生最多有 24 人,女生最少为 12 人,则徒步上学的学生的最大数目为:

$$24 \times \frac{1}{3} + 12 \times \frac{1}{4} = 11$$

所以 (C) is correct.

23. 正整数  $x$  的十位数的数字是多少?

- (1)  $x$  被 100 除时余数为 30  
(2)  $x$  被 110 除时余数为 30

解:由(1)可得  $x = 100n + 30$ ,无论  $n$  取何值  $x$  的十位数的数字都是 3,所以(1)单独回答了问题;由(2)可得  $x = 110n + 30$ ,则  $x$  的十位数的数字可能为多个,(2)单独不能回答问题。

所以 (A) is correct.

24. 左面的图形是有一个门厅和 18 个房间的艺术馆的布局方案。假如  $L$  从门厅进入房间  $A$  的同时  $P$  从门厅进入房间  $R$ ,并且每人都连续经过所有的房间通过从一个门进入而从另一个门出来,他们将同时在哪一个房间?

- (1)  $L$  在每个房间中呆  $2x$  分钟,  $P$  在每

✓24. The figure above represents the floor plan of an art gallery that has a lobby and 18 rooms. If Lisa goes from the lobby into room A at the same time that Paul goes from the lobby into room R and each goes through all of the rooms in succession, entering by one door and exiting by the other, which room will they be in at the same time?

- (1) Lisa spends  $2x$  minutes in each room and Paul spends  $3x$  minutes in each room.  
 (2) Lisa spends 10 minutes less time in each room than Paul does.

25. If  $xy = -6$ , what is the value of  $xy(x + y)$ ?

- (1)  $x - y = 5$   
 (2)  $xy^2 = 18$

26. What is the least positive integer that is divisible by each of the integers 1 through 7, inclusive?

- (A) 420 (B) 840 (C) 1,260  
 (D) 2,520 (E) 5,040

27. How many two-element subsets of  $\{1, 2, 3, 4\}$  are there that do not contain the pair of elements 2 and 4?

- (A) One (B) Two (C) Four

个房间中呆  $3x$  分钟

(2)  $L$  比  $P$  在每个房间中少呆 10 分钟

解:如上图,每个人经过房间的次序是一定的,由(1)设  $L$  和  $P$  在  $L$  所参观的第  $n$  个房间相遇,则得到如下方程:

$$2xn = 3x(18 - n)$$

两边可同时消掉  $x$  解出  $n$ ,所以(1)单独可以回答问题;(2)设  $L$  在每个房间呆  $x$  分钟,则  $P$  在每个房间呆  $x + 10$  分钟,同时设  $L$  和  $P$  在  $L$  所参观的第  $n$  个房间相遇,得到如下方程:

$$x \cdot n = (18 - n)(x + 10)$$

因为存在两个未知数,所以无法求得  $n$ , (2)单独无法回答问题。

所以(A) is correct。

25. 假如  $xy = -6$ ,  $xy(x + y)$  的值是多少?

解:由(1)中  $x - y = 5$  与  $xy = -6$  可以解出  $x, y$  的值,许多同学认为(1)单独可以回答问题,其实不然,因为  $xy = -6$  是一个二次方程,解得的  $x$  和  $y$  的值各有两个,所以无法得到  $xy(x + y)$  的值;(2)中  $xy^2 = 18$  与  $xy = -6$  联立方程,可得到  $y$  只有一个值为  $-3$ ,同理  $x$  也只有一个值为  $2$ ,所以可以求得  $xy(x + y)$  的值,所以(B) is correct。

26. 能够被包括首尾数在内的从 1 至 7 的每个整数整除的最小的正整数是多少?

解:本题最简单的方法为从(A)选项逐项排除,由(A)中 420 就可以被从 1 至 7 的每个数整除,且在 5 个选项中最小,则(A) is correct。

27. 在集合  $\{1, 2, 3, 4\}$  中有多少个两元素的子集不包含 2 和 4 这一对元素?

解:显然不包括 2 和 4 又是两元素的子集有  $\{1, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}$  共 5 个

(D) Five (E) Six

28. Salesperson A's compensation for any week is \$360 plus 6 percent of the portion of A's total sales above \$1,000 for that week. Salesperson B's compensation for any week is 8 percent of B's total sales for that week. For what amount of total weekly sales would both salespeople earn the same compensation?

- (A) \$21,000  
 (B) \$18,000  
 (C) \$15,000  
 (D) \$4,500  
 (E) \$4,000

29. A certain clock marks every hour by striking a number of times equal to the hour and the time required for a stroke is exactly equal to the time interval between strokes. At 6:00 the time lapse between the beginning of the first stroke and the end of the last stroke is 22 seconds. At 12:00, how many seconds elapse between the beginning of the first stroke and the end of the last stroke?

- (A) 72  
 (B) 50  
 (C) 48  
 (D) 46  
 (E) 44

30. In a certain formula,  $p$  is directly proportional to  $s$  and inversely proportional to  $r$ . If  $p = 1$  when  $r = 0.5$  and  $s = 2$ , what is the value of  $p$  in terms of  $r$  and  $s$ ?

子集。也可以用  $C_4^2 - 1 = 5$  来得到正确答案。

所以(D) is correct.

28. 推销员 A 任一一周的收入是 360 美元加上那一周高于 1000 美元的总销售的 6%, 推销员 B 任一一周的收入是那一周总收入的 8%。周销售额为多少时这两个销售员所挣得的收入相同?

解: 设周销售额为  $x$  美元, 则得到 A 的收入为  $360 + (x - 1000) \times 6\%$

B 的收入为

$$x \times 8\%$$

则由  $A = B$  得到如下方程:

$$360 + (x - 1000) \times 6\% = x \times 8\%$$

$$x = 15000 \text{ 美元}$$

所以(C) is correct.

29. 某一闹钟整点时敲击的次数等于那一小时的钟点数, 一次敲击所持续的时间等于再次敲击之间的间隔时间。在 6:00, 第一次敲击与最后一次敲击之间所间隔的时间为 22 秒。在中午 12:00, 在第一次敲击和最后一次敲击中间间隔的秒数是多少?

解: 本题意为敲击持续时间与两次敲击间隔时间相同, 设该时间为  $x$  秒, 注意间隔的次数比敲击的次数少 1 次, 则 6:00 共敲击 6 次间隔为 5 次, 则得到如下方程:

$$(6 + 5)x = 22 \quad x = 2$$

则 12:00 的敲击与间隔时间共为  $(12 + 11) \times 2 = 46$  秒

所以(D) is correct.

30. 在某公式中,  $p$  与  $s$  成正比, 并且与  $r$  成反比。假如当  $r = 0.5$  且  $s = 2$  时  $p = 1$ , 下列哪一个是以  $r$  和  $s$  所表达的  $p$  的值?

解: directly proportional to 正比

- (A)  $\frac{s}{r}$   
 (B)  $\frac{r}{4s}$   
 (C)  $\frac{s}{4r}$   
 (D)  $\frac{r}{s}$   
 (E)  $\frac{4r}{s}$

inversely proportional to 反比

$$\text{设 } p = \frac{s}{r}a$$

当  $r=0.5$  且  $s=2$  时  $p=1$ , 代入上式

$$1 = \frac{2}{0.5}a \quad a = \frac{1}{4}, \text{ 所以 } p = \frac{s}{4r}$$

所以 (C) is correct.

31. In how many arrangements can a teacher seat 3 girls and 3 boys in a row of 6 seats if the boys are to have the first, third, and fifth seats?

- (A) 6 (B) 9 (C) 12  
 (D) 36  
 (E) 720

31. 假如男孩坐在 6 个座位为一排的 1, 3, 5 位置的情况下, 某教师能够有多少种方式安排 3 个男孩, 3 个女孩坐在 6 个座位上?

解: 3 个男孩在 1, 3, 5, 则 3 个女孩在 2, 4, 6, 所以总安排数为:

$$P_3^3 \cdot P_3^3 = 36$$

(D) is correct.

32. For any integer  $n$  greater than 1,  $\lfloor n$  denotes the product of all the integers from 1 to  $n$ , inclusive. How many prime numbers are there between  $\lfloor 6 + 2$  and  $\lfloor 6 + 6$ , inclusive?

- (A) None (B) One (C) Two  
 (D) Three (E) Four

32. 对于任何大于 1 的整数  $n$ ,  $\lfloor n$  定义为从 1 至  $n$  所有整数的乘积, 包括 1 和  $n$ 。在  $\lfloor 6 + 2$  和  $\lfloor 6 + 6$ , 包括首尾, 之间有多少个质数?

解:  $\lfloor 6 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$

即本题为问 722 和 726 之间有多少个质数? 722, 723, 724, 725, 726 均为合数,

所以 (A) is correct.

33. A store currently charges the same price for each towel that it sells. If the current price of each towel were to be increased by \$1, 10 fewer of the towels could be bought for \$120, excluding sales tax.

What is the current price of each towel?

- (A) \$1  
 (B) \$2  
 (C) \$3  
 (D) \$4  
 (E) \$12

33. 一个商店对它出售的每条毛巾卖相同的价格, 假如目前每条毛巾的价格增加 1 美元, 120 美元可以买的毛巾数目将会减少 10 条, 不包括销售税, 目前每条毛巾的价格是多少?

解: 本题对于大多数中国考生的难度在于阅读, 许多考生无法正确理解第二句中的虚拟语气, 特别是后半句“10 fewer of the towels could be bought for \$120”, 本句为被动语态, 意为“120 美元可以购买的毛巾数量少 10 条”, 正确理解这句话后, 解题就简单了。设目前每条毛巾的价格为  $x$  美元, 则可列出方程:

34. If the product of the integers  $w, x, y,$  and  $z$  is 770, and if  $1 < w < x < y < z,$  what is the value of  $w + z$ ?

(A) 10  
(B) 13  
(C) 16  
(D) 18  
(E) 21

35. If  $k$  and  $w$  are the dimensions of a rectangle that has area 42, and if  $k$  and  $w$  are integers such that  $k > w,$  what is the total number of possible values of  $k$ ?

(A) Two  
(B) Three  
(C) Four  
(D) Five  
(E) Six

36. Set  $S$  consists of  $n$  distinct positive integers, none of which is greater than 12. What is the greatest possible value of  $n$  if no two integers in  $S$  have a common factor greater than 1?

(A) 4  
(B) 5  
(C) 6  
(D) 7  
(E) 11

$$\frac{120}{x} - 10 = \frac{120}{x+1}$$

$$x = 3 \text{ 美元}$$

所以 (C) is correct.

34. 假如整数  $w, x, y$  和  $z$  的积是 770, 并且假如  $1 < w < x < y < z,$  那么  $w + z$  的值是多少?

解: 首先将 770 分解为质因子的连乘积形式:

$$770 = 2 \times 5 \times 7 \times 11$$

则  $w = 2, x = 5, y = 7, z = 11$  那么  $w + z$  的值为:

$$2 + 11 = 13$$

所以 (B) is correct.

35. 假如  $k$  和  $w$  是一个面积为 42 的长方形的长和宽, 并且假如  $k$  和  $w$  是整数且  $k > w,$   $k$  的可能值的总数是多少?

解: 由  $k \times w = 42,$  且  $k > w,$  且  $kw$  的可能取值如下所示:

$$k = 7 \quad w = 6$$

$$k = 14 \quad w = 3$$

$$k = 21 \quad w = 2$$

$$k = 42 \quad w = 1$$

所以  $k$  的可能值的总数为 4 个, 所以 (C) is correct.

36. 集合  $S$  包括  $n$  个不同的正整数, 没有一个大于 12. 假如在  $S$  中任两个整数的公约数都不大于 1 的情况,  $n$  的最大值是多少?

解:  $S$  中任两个整数的公约数都不大于 1 说明  $S$  中的数字都为质数, 小于 12 的质数共有 2, 3, 5, 7, 11, 同时 1 虽然不是质数, 但也可以是  $S$  中的数, 且不违反条件, 所以  $n$  的最大值为 6

所以 (C) is correct.

37. In Township K,  $\frac{1}{5}$  of the housing units are equipped with cable television. If  $\frac{1}{10}$  of the housing units, including  $\frac{1}{3}$  of those that are equipped with cable television, are equipped with videocassette recorders, what fraction of the housing units have neither cable television nor videocassette recorders?

- (A)  $\frac{23}{30}$  (B)  $\frac{11}{15}$  (C)  $\frac{7}{10}$   
(D)  $\frac{1}{6}$  (E)  $\frac{2}{15}$

37. 在 K 镇,  $\frac{1}{5}$  的住房配有有线电视, 假如  $\frac{1}{10}$  的住房, 包括  $\frac{1}{3}$  配有有线电视的住房, 有录像机, 既没有有线电视, 又没有录像机的比率是多少?

解: 配有有线电视住房的  $\frac{1}{3}$  配有录像机说明, 有  $\frac{1}{15}$  的住房既有有线电视又有录像机, 则既没有有线电视, 又没有录像机的比率为:

$$1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{23}{30}$$

所以(A) is correct。

## Section Two

- Statement(1)ALONE is sufficient, but statement(2)alone is not sufficient.  
 Statement(2)ALONE is sufficient, but statement(1)alone is not sufficient.  
 BOTH statements TOGETHER are sufficient, but NEITHER statement ALONE is sufficient.  
 EACH statement ALONE is sufficient.  
 Statements(1)and(2)TOGETHER are NOT sufficient.

1. A car traveled 462 miles per tankful of gasoline on the highway and 336 miles per tankful of gasoline in the city. If the car traveled 6 fewer miles per gallon in the city than on the highway, how many miles per gallon did the car travel in the city?

- (A)14  
 (B)16  
 (C)21  
 (D)22  
 (E)27

√ 2. Kim bought a total of \$2.65 worth of postage stamps in four denominations. If she bought an equal number of 5-cent and 25-cent stamps and twice as many 10-cent stamps as 5-cent stamps, what is the least number of 1-cent stamps she could have bought?

- (A)5  
 (B)10  
 (C)15  
 (D)20  
 (E)25

1. 一辆小汽车在高速公路上每罐汽油行驶 462 英里,在城市内每罐汽油行驶 336 英里,假如小汽车每加仑汽油在城市内比在高速公路上少行驶 6 英里,在城市内小汽车每加仑汽油行驶多少英里?

解:设小汽车在城市内每加仑汽油行驶  $x$  英里,则可以得到如下方程:

$$\frac{462}{x+6} = \frac{336}{x}$$

解得:  $x = 16$  英里/加仑

所以(B)is correct。

2. K 共购买了价值 2.65 美元的 4 种面值的邮票。假如她购买了相同个数的 5 美分和 25 美分的邮票,并且 10 美分邮票的个数是 5 美分邮票的 2 倍,她所购买的 1 美分的邮票的最少数目是多少?

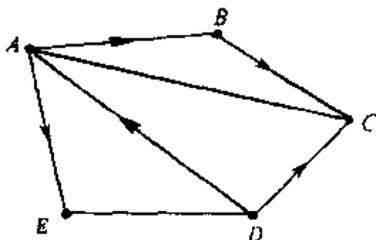
解:设 K 购买了  $x$  张 5 美分的邮票并且购买了  $y$  张 1 美分的邮票,则购 10 美分的邮票有  $2x$  张,25 美分的邮票有  $x$  张得到如下方程:

$$5x + 25x + 10 \times 2x + y = 265$$

$$y = 265 - 50x$$

若使  $y$  最小则  $x$  取最大值为 5,得到  $y = 15$ ,

所以(C)is correct。



3. In the diagram above, points  $A, B, C, D,$  and  $E$  represent the five teams in a certain league in which each team must play each of the other teams exactly once. The segments connecting pairs of points indicate that the two corresponding teams have already played their game. The arrows on the segments point to the teams that lost; the lack of an arrow on a segment indicates that the game ended in a tie. After all games have been played, which of the following could NOT be the percent of games played that ended in a tie?

(A) 10%      (B) 20%      (C) 30%  
(D) 40%      (E) 50%

4. The pages of a report are numbered consecutively from 1 to 10. If the sum of the page numbers up to and including page number  $x$  of the report is equal to one more than the sum of the page numbers following page number  $x$ , then  $x =$

(A) 4  
(B) 5  
(C) 6  
(D) 7  
(E) 8

5. A certain theater has 100 balcony seats. For every \$2 increase in the price of a balcony

3. 在左面的图表中, 点  $A, B, C, D$  和  $E$  代表某一联盟的 5 支球队, 其中每支队伍与其他队伍比赛一次。连接每对点之间的线段指出两支相对应的队伍已经比赛了。线段上箭头所对的点指失利的队伍; 没有箭头的线段指出比赛以平局结束。当所有的比赛都结束后, 下列哪一个不可能是以平局结束的比赛所占的百分比?

解: 5 个队伍共进行  $C_5^2$  场比赛即 10 场比赛, 如图已进行了 7 场比赛, 其中有 2 场比赛是平局, 则平局已经占了总比赛数目至少 20% 的比例, 10% 不可能是平局所占的百分比。

所以 (A) is correct.

4. 一个报道的页数从 1 至 10 计数, 假如直到并且包括该报道的  $x$  页的页数的和等于 1 加上  $x$  页以后的页数的和, 则  $x$  等于多少?

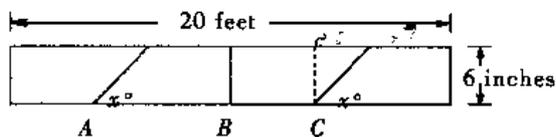
解: 本题阅读较难, 意为前  $x$  页的和等于  $x$  页以后的页数的和加 1, 因为该报道共 10 页, 所以本题通过排除法解题最为方便, 显然  $x$  为一个大于 5 的值, 所以从 (E) 开始排除。(E) 中  $x = 8$ , 则  $1 + 2 + \dots + 8 = 36$ , 所以 (E) 不对; (D) 中  $x = 7$ , 则  $1 + 2 + \dots + 7 = 28$ , 而  $8 + 9 + 10 = 27$ , 恰好满足上面的要求。

所以 (D) is correct.

5. 某戏院有 100 个楼厅座位。对于每个价格超过 10 美元的楼厅座位每增加 2 美

seat above \$10, 5 fewer seats will be sold. If all the balcony seats are sold when the price of each seat is \$10, which of the following could be the price of a balcony seat if the revenue from the sale of balcony seats is \$1,360?

- (A) \$12  
(B) \$14  
(C) \$16  
(D) \$17  
(E) \$18



Note: Figure not drawn to scale.

6. The figure above shows the dimensions of a rectangular board that is to be cut into four identical pieces by making cuts at points  $A$ ,  $B$ , and  $C$ , as indicated. If  $x = 45$ , what is the length  $AB$ ?  
(1 foot = 12 inches)
- (A) 5 ft 6 in (B) 5 ft  $3\sqrt{2}$  in  
(C) 5 ft 3 in (D) 5 ft (E) 4 ft 9 in
7. If  $x < y < z$  and  $y - x > 5$ , where  $x$  is an even integer and  $y$  and  $z$  are odd integers, what is the least possible value of  $z - x$ ?
- (A) 6  
(B) 7  
(C) 8  
(D) 9  
(E) 10
8. On the day of the performance of a certain play, each ticket that regularly sells for less than \$10.00 is sold for half price plus \$0.50, and each ticket that regularly sells

元,将少卖5个座位。假如所有的楼厅座位被以单价10美元的价格售出,假如楼厅座位的销售的总收入为1360美元,下列哪一个可以是楼厅座位的价格?

解:设票价增加了 $2x$ 美元,则少卖了 $5x$ 个座位则可列出下列方程:

$$(10 + 2x)(100 - 5x) = 1360$$

$$x_1 = 3, x_2 = 12$$

则票价有两个值分别为16美元或34美元,本题问题为 could be, 所以(C) is correct。

6. 左面的图形展示了一个长方形板的边长,该长方形板将在点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  切成4块相同的部分,假如  $x = 45$ ,  $AB$  的长度是多少?

注:上面的图形不是按比例画出,1英尺 = 12英寸

解:由  $C$  点向上做一条垂线得到  $C'$  点,则  $C'C$  的长度也为6英寸,由于切成的4段是完全相同的,则  $AB$  的长度应为:

$$\frac{20 \text{ feet}}{2 \times 2} + \frac{6 \text{ inches}}{2} = 5 \text{ 英尺 } 3 \text{ 英寸}$$

所以(C) is correct。

7. 假如  $x < y < z$  并且  $y - x > 5$ ,  $x$  是一个偶数并且  $y$  和  $z$  是奇数,  $z - x$  的最小值是多少?

解:若求  $z - x$  的最小值,则  $y$  也应取最小值,而  $y - x > 5$ ,且  $x$  为偶数, $y, z$  为奇数,例如任取  $x = 2$ ,则  $y$  最小值应为9,则  $z$  的最小值应为11,则  $z - x$  的最小值应为9  
所以(D) is correct。

8. 在某一戏剧上演的一天,每张通常出售价格少于10美元的票以半价加上0.5美元出售,并且每张通常出售的价格多于10美元的票价以半价加上1美元出售。某

for \$ 10.00 or more is sold for half price plus \$ 1.00. On the day of the performance, a person purchases a total of  $y$  tickets, of which  $x$  regularly sell for \$ 9.00 each and the rest regularly sell for \$ 12.00 each. What is the amount paid, in dollars, for the  $y$  tickets?

- (A)  $7y - 2x$       (B)  $12x - 7y$   
 (C)  $\frac{9x + 12y}{2}$       (D)  $7y + 4x$   
 (E)  $7y + 5x$

9. If the sum of a set of ten different positive prime numbers is an even number, which of the following prime numbers CANNOT be in the set?

- (A) 2      (B) 3      (C) 5  
 (D) 7      (E) 11

10. A certain Social Security recipient will receive an annual benefit of \$ 12,000 provided he has annual earnings of \$ 9,360 or less, but the benefit will be reduced by \$ 1 for every \$ 3 of annual earnings over \$ 9,360. What amount of total annual earnings would result in a 50 percent reduction in the recipient's annual Social Security benefit? (Assume Social Security benefits are not counted as part of annual earnings.)

- (A) \$ 15,360      (B) \$ 17,360  
 (C) \$ 18,000      (D) \$ 21,360  
 (E) \$ 27,360

11. A company that ships boxes to a total of 12 distribution centers uses color coding to identify each center. If either a single color or a pair of two different colors is chosen to represent each center and if each

人共购买了  $y$  张票,其中  $x$  张票通常以 9 美元出售,其余的通常以 12 美元出售,这个人为这些票一共付了多少钱?

解:通常以 9 美元出售的  $x$  张票的总价为  $5x$ ;通常以 12 美元出售的  $y - x$  张票所付的钱为  $7(y - x)$  所以共付了  $5x + 7(y - x) = 7y - 2x$   
 所以(A)is correct。

9. 一组 10 个不同的正质数的和是一个偶数,下列哪一个质数不是集合中的数?

解:唯一是偶数的质数是 2,若 2 在此集合中必有 9 个奇数在集合中,其和必是一个奇数  
 所以(A)is correct。

10. 某一社会安全的参与者每年将接受 12000 美元,假如他每年的收入少于或等于 9360 美元,但是当这个人的年收入超过 9360 美元时,年收入每超过 3 美元将从 12000 美元中减去 1 美元。这个人的年收入是多少,能够导致他只能获得 12000 美元的一半?(假如社会安全的利益不被计入每年的收入)

解:设该人年收入为  $x$  美元,则可以得到如下方程:

$$\frac{x - 9360}{3} = 12000 \times (1 - 50\%)$$

$$x = 27360 \text{ 美元}$$

所以(E)is correct。

11. 运送盒子到 12 个分配中心的公司使用颜色码来确定每个中心。假如一个颜色或者一对不同的颜色来代表一个中心并且假如每个公司所用的一个或一对颜色是独特的,最少需要多少种颜色来标记

center is uniquely represented by that choice of one or two colors, what is the minimum number of colors needed for the coding? (Assume that the order of the colors in a pair does not matter.)

- (A) 4  
(B) 5  
(C) 6  
(D) 12  
(E) 24

12. A rectangular circuit board is designed to have width  $w$  inches, perimeter  $p$  inches, and area  $k$  square inches. Which of the following equations must be true?

- (A)  $w^2 + pw + k = 0$   
(B)  $w^2 - pw + 2k = 0$   
(C)  $2w^2 + pw + 2k = 0$   
(D)  $2w^2 - pw - 2k = 0$   
(E)  $2w^2 - pw + 2k = 0$

13. On a certain road, 10 percent of the motorists exceed the posted speed limit and receive speeding tickets, but 20 percent of the motorists who exceed the posted speed limit do not receive speeding tickets. What percent of the motorists on that road exceed the posted speed limit?

- (A)  $10\frac{1}{2}\%$       (B) 22%  
(C)  $12\frac{1}{2}\%$       (D) 30%  
(E) 15%

Questions 14 – 15 refer to the following definition.

For any positive integer  $n$ ,  $n > 1$ , the “length” of  $n$  is the number of positive primes

这些分配中心? (假如每一对颜色中颜色的顺序不会造成区别)

解: 每个分配中心可用一种或两种颜色且与其他的分配中心不同, 显然若每个公司只用一种颜色则需要 12 种不同的颜色, 但如果有的公司用两种颜色, 可以通过两种颜色的不同组合来区别每个分配中心。采用排除法, (A) 4 种颜色无论如何不足以区别 12 个分配中心; (B) 5 种颜色可以单独表示 5 个分配中心, 而从中任取两种颜色  $C_5^2 = 10$  足以表示 12 个分配中心。所以 (B) is correct。

12. 假如一个长方形的电路板设计成宽为  $w$  英寸, 周长为  $p$  英寸而面积为  $k$  平方英寸, 下列哪一个方程一定正确?

解: 由宽、周长和面积可以列出下面的等式:

$$w\left(\frac{p}{2} - w\right) = k$$

$$2w^2 - pw + 2k = 0$$

所以 (E) is correct。

13. 在某一条路上, 10% 的汽车驾驶者超过标出的速度限制并且得到一张超速罚单, 但是 20% 的超速的汽车驾驶者未接到超速罚单, 那条路上超速驾驶者的百分比是多少?

解: 由超速的人中未接到超速罚单的人有 20%, 则超速的人中接到罚单的人有 80%, 所以超速者所占百分比为:

$$\frac{10\%}{80\%} = 12.5\%$$

所以 (B) is correct。

问题 14 – 15: 根据下列定义

对于任何正整数  $n$ ,  $n > 1$ ,  $n$  的 “length” 的积是  $n$  的质数的数目 (并不必要相互不同)。例如: 50 的 “length” 是 3 因为  $50 = (2)(5)$

(not necessarily distinct) whose product is  $n$ . (5).  
For example, the length of 50 is 3 since  $50 = (2)(5)(5)$ .

14. Which of the following integers has length 3?

- (A) 3  
(B) 15  
(C) 60  
(D) 64  
(E) 105

15. What is the greatest possible length of a positive integer less than 1,000?

- (A) 10            (B) 9  
(C) 8            (D) 7  
(E) 6

16. If  $w, x, y,$  and  $z$  are non-negative integers, each less than 3, and  $w(3^3) + x(3^2) + y(3) + z = 34$ , then  $w + z =$

- (A) 0  
(B) 1  
(C) 2  
(D) 3  
(E) 4

17. Cars  $X$  and  $Y$  were traveling together on a straight road at a constant speed of 55 miles per hour when car  $X$  stopped for 5 minutes. If car  $Y$  continued to travel at 55 miles per hour, how many minutes from the time that car  $X$  resumed traveling did

14. 下列哪个整数的 length 是 3?

解:(A)的 length 为 1;  
(B)的 length 为 2, 因为  $15 = 3 \times 5$   
(C)的 length 为 4, 因为  $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$   
(D)的 length 为 6, 因为  $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$   
(E)的 length 为 3, 因为  $105 = 3 \times 5 \times 7$   
所以(E)is correct。

15. 一个小于 1000 的正整数的最大可能的 length 是多少?

解:要想使 length 最大,则必须使质数最小,则最小的质数为 2,则  $2^9 = 512$ ,则最大 length 为 9。  
所以(B)is correct。

16. 假如  $w, x, y$  和  $z$  为非负整数,每个都小于 3,且  $w(3^3) + x(3^2) + y(3) + z = 34$ ,那么  $w + z$  的值是多少?

解:因为  $w, x, y, z$  为小于 3 的非负整数,则其取值范围为 0, 1, 2, 因为上面的和为 34,那么  $w = 1$ , 因为若  $w = 0$ ,则  $x, y, z$  均取最大值 2 也不可能和为 34,而  $w = 2$ ,则  $2 \times 3^3 = 54$ ,同样违反上面等式,由  $w = 1$  得:

$$9x + 3y + z = 7$$

则  $x = 0, y = 2, z = 1$  上面等式成立,那么  $w + z = 2$

所以(C)is correct。

17. 汽车  $X$  和汽车  $Y$  在一条直路上以每小时 55 英里的速度在一起行使,当  $X$  停止 5 分钟时,假如  $Y$  持续以每小时 55 英里的速度行驶, $X$  从开始重新行驶起以每小时 60 英里的速度需经过多少分钟才能赶上  $Y$ ? (假设汽车  $X$  的加速和减速

it take car  $X$  traveling at 60 miles per hour to catch up with car  $Y$ ? (Assume that the time for car  $X$  to slow down and speed up was negligible.)

- (A) 5                      (B) 30  
(C) 45                      (D) 55  
(E) 60

18. At 9 a. m., a hiker was due south of point  $P$ . What direction was point  $P$  from her position at noon?

- (1) From 9 a. m. until 11 a. m. she walked due east at 2 miles per hour, and from 11 a. m. until noon, she walked due north at 3 miles per hour.  
(2) At noon, she is exactly 4.5 miles from point  $P$ .

19. A machine costs  $m$  dollars per day to maintain and  $n$  cents for each unit it produces. If the machine is operated 7 days a week and produces  $r$  units in a week, which of the following is the total cost, in dollars, of operating the machine for a week?

- (A)  $7m + 100nr$                       (B)  $\frac{700m + nr}{100}$   
(C)  $m + nr$                               (D)  $\frac{7m + 100nr}{100}$   
(E)  $700mnr$

20. If  $P$  is a set of integers and 3 is in  $P$ , is every positive multiple of 3 in  $P$ ?

时间忽略不计)

解: 在  $X$  停留时间,  $Y$  共行驶了  $55 \times 5 \times \frac{1}{60} = \frac{55}{12}$  英里, 设  $X$  经过  $x$  分钟追上  $Y$ , 则

$$(60 - 55) \frac{x}{60} = \frac{55}{12}$$

$$x = 55 \text{ 分钟}$$

所以 (D) is correct.

18. 上午 9 点, 一个徒步旅行者在点  $P$  的正南方, 正午时, 点  $P$  在她的哪个方向?

- (1) 从上午 9 点到上午 11 点, 她向正东以每小时两英里的速度行走, 并且从上午 11 点后直到中午, 她以每小时 3 英里的速度向北行走  
(2) 在中午, 她距离  $P$  点 4.5 英里

解: at noon 指正午 12 点

由 (1) 她向东走了 4 英里后又向北走了 3 英里, 但由于未知上午 9 点时其距  $P$  点的距离所以无法得到此时她在  $P$  点的哪个方向; (2) 正午时距  $P$  点 4.5 英里无法得到其距  $P$  点的方向; (1) + (2) 同样无法确定其距  $P$  点的方向。

所以 (E) is correct.

19. 某一机器每天需有  $m$  美元的成本来维持, 并且每生产一件产品需有  $n$  美分的成本。假如该机器一周 7 天工作并且每周生产  $r$  件产品, 下列哪一个是以美元为单位的操作该机器一周的总成本?

解: 总成本应由如下算式得出:

$$\frac{700m + nr}{100}$$

所以 (B) is correct.

20. 假如  $P$  是一个整数集合并且包含 3, 3 的每个正倍数都在  $P$  中吗?

- (1) If  $x$  is in  $P$ , then  $x + 3$  is in  $P$ .  
 (2) If  $x$  is in  $P$ , then  $x - 3$  is in  $P$ .

21. If  $S$  is an infinite set of real numbers, is there a number in  $S$  that is less than every other number in  $S$ ?

- (1) Every number in  $S$  is an integer.  
 (2) Every number in  $S$  is positive.

22. On a scale that measures the intensity of a certain phenomenon, a reading of  $n + 1$  corresponds to an intensity that is 10 times the intensity corresponding to a reading of  $n$ . On that scale, the intensity corresponding to a reading of 8 is how many times as great as the intensity corresponding to a reading of 3?

- (A) 5      (B) 50      (C)  $10^5$   
 (D)  $5^{10}$       (E)  $8^{10} - 3^{10}$

23. A necklace is made by stringing  $N$  individual beads together in the repeating pattern red bead, green bead, white bead, blue bead, and yellow bead. If the necklace design begins with a red bead and ends with a white bead, then  $N$  could equal?

- (1) 假如  $x$  在  $P$  中, 则  $x + 3$  也在  $P$  中  
 (2) 假如  $x$  在  $P$  中, 则  $x - 3$  也在  $P$  中

解: 由(1)中  $x$  在  $P$  中则  $x + 3$  也在  $P$  中, 则 3 在  $P$  中可以得到每个 3 的正倍数都在  $P$  中, 所以(1)单独回答了上面的问题; 由(2)  $x$  在  $P$  中, 则  $x - 3$  也在  $P$  中, 则无法判断是否每个 3 的正倍数都在  $P$  中, 因为  $x$  可能无限或有限。  
 所以(A) is correct.

21. 假如  $S$  是一个实数的无限集合,  $S$  中有数字小于  $S$  中的其他每个数吗?

- (1)  $S$  中的每个数字都是整数  
 (2)  $S$  中的每个数字都是正数

解: 由(1)无法得到任何结果, 因为  $S$  中的数可以为负数; 由(2)也无法回答上面的问题, 注意 0 既不是正数也不是负数; (1) + (2) 可以回答上面的问题, 因为  $S$  中可能有的最小的一个数是 1,  
 所以(C) is correct.

22. 在一种描述某一现象的激烈程度的刻度中,  $n + 1$  所对应的激烈程度是  $n$  所对应的激烈程度的 10 倍。在这个刻度上, 对应于 8 的激烈程度是对应于 3 的激烈程度的多少倍?

解: 由  $n + 1$  所对应的刻度是  $n$  的 10 倍则 8 所对应的刻度是 3 的  $10^5$  倍,  
 所以(C) is correct.

23. 一个项链由  $N$  个不同的珠子制成, 珠子为以红色、绿色、白色、蓝色和黄色的重复形态。假如项链的设计以红色珠子开始且以白色珠子结束, 则  $N$  的值可以是多少?

解: 白色为第三个珠子, 所以  $N$  的值应满足:

- (A)16                      (B)32  
(C)41                      (D)54  
(E)68

$$N = 5n + 3$$

$68 = 5 \times 13 + 3$  满足上面的式子

所以(E)is correct.

24. If  $\frac{1}{2}$  of the air in a tank is removed with each stroke of a vacuum pump, what fraction of the original amount of air has been removed after 4 strokes?

- (A)  $\frac{15}{16}$                       (B)  $\frac{7}{8}$   
(C)  $\frac{1}{4}$                       (D)  $\frac{1}{8}$   
(E)  $\frac{1}{16}$

24. 假如真空阀每次抽出某一容器中的  $\frac{1}{2}$  的空气,在抽 4 次后多大比例的空气被抽出?

解:由于每次抽出容器中空气的  $\frac{1}{2}$ ,则 4 次分别抽出了  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$  的空气,所以:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

所以(A)is correct.

25. If the two-digit integers  $M$  and  $N$  are positive and have the same digits, but in reverse order, which of the following CANNOT be the sum of  $M$  and  $N$ ?

- (A)181                      (B)165  
(C)121                      (D)99  
(E)44

25. 假如两位数的整数  $M$  和  $N$  是正整数并且有相同的数字,但是顺序相反。下列哪一个不能是  $M$  和  $N$  的和?

解:设  $M$  的个位为  $x$ ,十位为  $y$ ,则  $M = 10y + x$ ,则  $N = 10x + y$ ,则  $M + N = 11(x + y)$ ,则需从 5 个选项中找到不是 11 的倍数的数,显然(A)中 181 不是 11 的倍数。

所以(A)is correct.

26. Are there exactly 3 distinct symbols used to create the code words in language Q?

- (1) The set of all code words in language Q is the set of all possible distinct horizontal arrangements of one or more symbols, with no repetition.  
(2) There are exactly 15 code words in language Q.

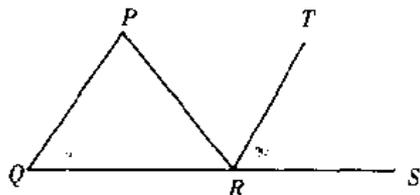
26. 有 3 个不同的符号用于创造出语言 Q 中的密码吗?

- (1) 语言 Q 中的所有密码单词的集合是一个或多个符号的所有可能的水平排列,且没有重复。  
(2) 语言 Q 中共有 15 个密码单词

解:由(1)无法判断是否是 3 个不同的符号,(2)语言 Q 中有 15 个密码单词,但不知道这些密码单词是否可以纵向排列或斜向排列构成不同的密码单词,所以(2)单独无法回答问题;(1) + (2)可以回答问题,因为恰恰 3 个字母构成 15 个水平排列的密码单词,一个字母的有 3 个,两个字母的有  $P_3^2 = 6$  个,3 个字母的有  $P_3^3 = 6$

27. A rectangle is defined to be "silver" if and only if the ratio of its length to its width is 2 to 1. If rectangle S is silver, is rectangle R silver?

- (1) R has the same area as S.
- (2) The ratio of one side of R to one side of S is 2 to 1.



28. In the figure above,  $QRS$  is a straight line and line  $TR$  bisects  $\angle PRS$ . Is it true that lines  $TR$  and  $PQ$  are parallel?

- (1)  $PQ = PR$
- (2)  $QR = PR$

29. The inflation index for the year 1989 relative to the year 1970 was 3.56, indicating that, on the average, for each dollar spent in 1970 for goods, \$ 3.56 had to be spent for the same goods in 1989. If the price of a Model K mixer increased precisely according to the inflation index, what was the price of the mixer in 1970?

- (1) The price of the Model K mixer was \$ 102.40 more in 1989 than in 1970.
- (2) The price of the Model K mixer was \$ 142.40 in 1989.

个,所以共 15 个  
所以(C)is correct。

27. 一个长方形定义为“silver”假如并且仅仅假如其长和宽的比率为 2:1,假如一个长方形 S 是“silver”,长方形 R 是“silver”吗?

- (1) R 与 S 面积相同
- (2) R 的一条边与 S 的一条边的比率是 2:1

解:由(1)R,S 面积相同无法得到任何结论;由(2)不知道另一条边的比率是多少,所以也无法回答上面的问题;(1)+(2)可以得到两个结果,所以也无法回答上面的问题。

所以(E)is correct。

28. 在左面的图形中,  $QRS$  是一条直线,并且  $TR$  平分  $\angle PRS$ ,  $TR$  与  $PQ$  平行吗?

解:由(1)  $PQ = PR$  无法判断  $TR$  与  $PQ$  是否平行;由(2)  $QR = PR$ , 则  $\angle PQR$  与  $\angle QPR$  相等,由  $TR$  平分  $\angle PRS$ , 则  $\angle TRS$  与  $\angle PQR$  相等,由同位角相等得到两直线平行。

所以(B)is correct。

29. 1989 年相对于 1970 年的通货膨胀的指数是 3.56,它显示出:平均而言,1970 年花费在商品上的每一美元是 1989 年花费在相同商品上的 3.56 美元。假如 K 牌混和器的价格正好增加了通货膨胀的指数,该混和器在 1970 的价格是多少?

- (1) K 牌混和器 1989 年的价格比 1970 年的价格高 102.4 美元
- (2) K 牌混和器的价格在 1989 年是 142.40 美元

解:设该混和器在 1970 年的价格为  $x$  美元,由(1)  $x + 102.4 = 3.56x$  可以求得  $x$  的

30. The market value of a certain machine decreased by 30 percent of its purchase price each year. If the machine was purchased in 1982 for its market value of \$ 8,000, what was its market value two years later?

- (A) \$ 8,000                      (B) \$ 5,600  
(C) \$ 3,200                      (D) \$ 2,400  
(E) \$ 800

31. If  $M$  and  $N$  are positive integers that have remainders of 1 and 3, respectively, when divided by 6, which of the following could NOT be a possible value of  $M + N$ ?

- (A) 86                      (B) 52  
(C) 34                      (D) 28  
(E) 10

32. If a sequence of 8 consecutive odd integers with increasing values has 9 as its 7th term, what is the sum of the terms of the sequence?

- (A) 22                      (B) 32  
(C) 36                      (D) 40  
(E) 44

33. A family made a down payment of \$ 75 and borrowed the balance on a set of encyclopedias that cost \$ 400. The balance with interest was paid in 23 monthly payments of \$ 16 each and a final payment of \$ 9. The amount of interest paid was what percent of the amount borrowed?

值;由(2)得  $x = 142.40 \div 3.56$  也可以求得  $x$  的值

所以(D)is correct。

30. 某一机器的市场价值每年下降其购买价格的 30%, 假如该机器 1982 年购买时的市场价值为 8000 美元, 两年后其市场价值是多少?

解: 注意由本题第一句话说明每年下降的量是相同的, 所以不能通过  $8000 \times (1 - 30\%)^2$  求得答案, 应为  $8000 - 2 \times 8000 \times 30\% = 3200$  美元

所以(C)is correct。

31. 假如  $M$  和  $N$  是正整数且被 6 除时余数分别为 1 和 3, 下列哪一个不能是  $M + N$  的可能值?

解: 设  $M = 6m + 1, N = 6n + 3$ , 则

$$M + N = 6(m + n) + 4$$

5 个选项中只有(A)86 不能表达为上面的模式

所以(A)is correct。

32. 假如一个数值逐渐增加的有 8 个元素的连续奇数数列的第 7 项是 9, 下列哪一个是这个数列各项的和?

解: 由第 7 项是 9 可以得到该数列的数最大为 11, 最小为 -3, 所以该数列的和为:

$$-3 + -1 + 1 + 3 + \dots + 11 = 32$$

所以(B)is correct。

33. 一个家庭分期付款买了一套价值 400 美元的百科全书, 首期付款为 75 美元, 余款和利息在 23 个月中每个月付 16 美元并且最后的付款为 9 美元, 所付的利息的量是借款量的百分之多少?

解: 除去首期付款, 该家庭共付了:

$$23 \times 16 + 9 = 377 \text{ 美元}$$

- (A) 6%            (B) 12%  
 (C) 14%           (D) 16%  
 (E) 20%

则利息为  $377 - (400 - 75) = 52$  美元

利息是借款量的  $\frac{52}{325} = 16\%$

所以 (D) is correct.

34. Last year Luis invested  $x$  dollars for one year, half at 8 percent simple annual interest and the other half at 12 percent simple annual interest. Now he wants to reinvest the  $x$  dollars for one year in the same two types of investments, but the lower rate has decreased. If the higher rate is unchanged, what fraction of the  $x$  dollars must be reinvest at the 12 percent rate so that the total interest earned from the  $x$  dollars will be the same for both years?

- (1) The lower rate is now 6 percent.  
 (2) The total amount of interest earned from the two investments last year was \$3,000.

34. 去年  $L$  投资  $x$  美元, 时间为 1 年, 一半以 8% 的年单利, 另一半以 12% 的年单利。现在他要重新投资  $x$  美元, 时间也为一年并且以上面的两种相同类型的投资方式, 但是较低的利率已经下降了。假如较高的利率不变,  $x$  美元中的多大比例必须以 12% 的利率投资以致从  $x$  美元中所挣得的所有利息对两年而言是相同的?

- (1) 较低的利率现在是 6%。  
 (2) 去年从两种投资中挣得的总利息为 3000 美元。

解: 由 (1) 中得知较低利率为 6%, 设以 12% 投资的百分比为  $m$ , 则得到如下等式

$$\frac{x}{2}(8\% + 12\%) = mx \times 12\% + (x - mx) \cdot 6\%$$

可以解得  $m$  的值, 因为  $x$  可以消去, 所以 (1) 单独回答了上面的问题; 由 (2) 无法得到以 12% 投资的百分比。

所以 (A) is correct.

35. If  $S$  is the sum of the first  $n$  positive integers, what is the value of  $n$ ?

- (1)  $S < 20$   
 (2)  $S^2 > 220$

35. 假如  $S$  是前  $n$  个正整数的和,  $n$  的值是多少?

解: 由 (1)  $S < 20$  无法判断  $n$  的值, 因为  $n$  的取值可能有好几个; 由 (2) 同样无法得到  $n$  的值; (1) + (2) 得  $\sqrt{220} < S < 20$ , 则  $14 < S < 20$  则只有  $n = 5$  时才满足上面的不等式

所以 (C) is correct.

36. What is the greatest common divisor of positive integers  $m$  and  $n$ ?

- (1)  $m$  is a prime number.

36. 正整数  $m$  和  $n$  的最大公约数是多少?

- (1)  $m$  是一个质数  
 (2)  $m$  和  $n$  是连续整数

(2)  $m$  and  $n$  are consecutive integers.

解:由(1)无法判定  $m$ 、 $n$  的最大公约数,因为  $n$  完全可能是  $m$  的倍数;(2)  $m$ 、 $n$  为连续正整数则必然互质,可以得到最大公约数为 1。

所以(B)is correct。

37. How many people are directors of both Company  $K$  and Company  $R$ ?

(1) There were 17 directors present at a joint meeting of the directors of Company  $K$  and Company  $R$ , and no directors were absent.

(2) Company  $K$  has 12 directors and Company  $R$  has 8 directors.

37. 有多少人既是  $K$  公司的理事又是  $R$  公司的理事?

(1) 有 17 个理事参加公司  $K$  和公司  $R$  的理事会,并且没有理事缺席。

(2) 公司  $K$  有 12 个理事,公司  $R$  有 8 个理事。

解:由(1)无法判断公司  $R$  和公司  $K$  理事的交集;同理(2)也无法做出判断;(1)+(2)可以得到既是  $K$  公司又是  $R$  公司的理事的人有  $12 + 8 - 17 = 3$  人

所以(C)is correct。

## Section Three

- Statement(1) ALONE is sufficient, but statement(2) alone is not sufficient.  
 Statement(2) ALONE is sufficient, but statement(1) alone is not sufficient.  
 BOTH statements TOGETHER are sufficient, but NEITHER statement ALONE is sufficient.  
 EACH statement ALONE is sufficient.  
 Statements(1) and(2) TOGETHER are NOT sufficient.

1. What is the least number of digits (including repetitions) needed to express  $10^{100}$  in decimal notation?

- (A) 4  
 (B) 100  
 (C) 101  
 (D) 1,000  
 (E) 1,001

2. If money is invested at  $r$  percent interest, compounded annually, the amount of the investment will double in approximately  $\frac{70}{r}$  years. If Pat's parents invested \$5,000 in a long-term bond that pays 8 percent interest, compounded annually, what will be the approximate total amount of the investment 18 years later, when Pat is ready for college?

- (A) \$ 20,000  
 (B) \$ 15,000  
 (C) \$ 12,000  
 (D) \$ 10,000  
 (E) \$ 9,000

1. 在十进制计数法中,表达  $10^{100}$  所需要的最少的数字是多少(包括重复)?

解: decimal notation 十进制计数法

十进制计数法指一般的数字表达,即写成个,十,百,千,万等形式,例如:15、100 都是十进制计数法。 $10^{100}$  有 100 个 0,加上一个 1,共 101 个数字  
所以(C) is correct。

2. 假如以百分之  $r$  的利率投资,以每年复利,投资的量将在大约  $\frac{70}{r}$  年加倍。假如  $P$  的父母投资 5000 美元在长期债券上以 8% 的利率,以每年复利,18 年后当  $P$  准备上大学时,投资总额大约是多少?

解:由本题前几句的信息,以利率  $r$  投资,以每年复利,则在  $\frac{70}{r}$  年投资加倍,则以 8% 投资,  $\frac{70}{8}$  年后投资加倍,即 8.75 年后,投资变为 10000 美元,而又过了 8.75 年,投资变为 20000 美元,即 17.5 年后,投资变为 20000 美元,则 18 年后,投资也约为 20000 美元。

所以(A) is correct。

LEAGUE RESULTS

Team	Number of Games Won
A	4
B	7
C	9
D	2
E	2
X	

3. According to the incomplete table above, if each of the 6 teams in the league played each of the other teams exactly twice and there were no ties, how many games did team X win? (Only 2 teams play in a game.)
- (A)4 (B)5 (C)6 (D)8 (E)10
4. In a certain game, a large container is filled with red, yellow, green and blue beads worth, respectively, 7, 5, 3, and 2 points each. A number of beads are then removed from the container. If the product of the point values of the removed beads is 147,000, how many red beads were removed?
- (A)5  
(B)4  
(C)3  
(D)2  
(E)0
5. On a recent trip, Cindy drove her car 290 miles, rounded to the nearest 10 miles, and used 12 gallons of gasoline, rounded to the nearest gallon. The actual number of miles per gallon that Cindy's car got on this trip must have been between

- (A)  $\frac{290}{12.5}$  and  $\frac{290}{11.5}$   
(B)  $\frac{295}{12}$  and  $\frac{285}{11.5}$

3. 根据左面不完全的图表,假如联盟中 6 支队伍中的每一支与另 5 支队伍的每一支共比赛两次且没有平局, X 赢了多少场比赛(每一场比赛中仅有两支队伍比赛)?

解:6 支队伍中任两支比赛两次,则共比赛了

$$2C_6^2 = 30 \text{ 场}$$

则共 30 次获胜,那么 x 获胜的次数为:

$$30 - (4 + 7 + 9 + 2 + 2) = 6$$

所以(C)is correct。

4. 假如在某一比赛中,一个大容器中有红色,黄色,绿色和蓝色珠子分别值 7, 5, 3 和 2 点。一些珠子从容器中取出,假如移出的珠子的点的乘积为 147000,有多少红色的珠子被移出?

解:本题意为取出的珠子点数的乘积为 147000,则将 147000 拆写成质因子连乘积的形式为:

$$147000 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^3 \cdot 7^2$$

由  $r = 7, y = 5, g = 3, b = 2$ , 则红色珠子共两个被取出

所以(D)is correct。

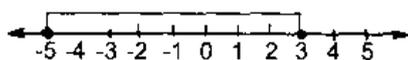
5. 在一次最近的旅行中, C 开车 290 英里, 四舍五入到 10 英里, 并且使用了 12 加仑的汽油, 四舍五入到加仑数。C 在此旅途中每加仑汽油所行驶的英里数一定在下列哪一个范围之内?

解:to the nearest 指四舍五入, 则 C 开车的实际英里数在 285 至 295 之间, 而使用的加仑数在 11.5 至 12.5 加仑之间, 所以 C 每加仑汽油所行驶的英里数在下列范围内

(C)  $\frac{285}{12}$  and  $\frac{295}{12}$

(D)  $\frac{285}{12.5}$  and  $\frac{295}{11.5}$

(E)  $\frac{295}{12.5}$  and  $\frac{285}{11.5}$



6. Which of the following inequalities is an algebraic expression for the shaded part of the number line above?

(A)  $|x| \leq 3$

(B)  $|x| \leq 5$

(C)  $|x - 2| \leq 3$

(D)  $|x - 1| \leq 4$

(E)  $|x + 1| \leq 4$

7. Xavier, Yvonne, and Zelda each try independently to solve a problem. If their individual probabilities for success are  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ , and  $\frac{5}{8}$ , respectively, what is the probability that Xavier and Yvonne, but not Zelda, will solve the problem?

(A)  $\frac{11}{8}$  (B)  $\frac{7}{8}$  (C)  $\frac{9}{64}$

(D)  $\frac{5}{64}$  (E)  $\frac{3}{64}$

8. A 2-year certificate of deposit is purchased for  $k$  dollars. If the certificate earns interest at an annual rate of 6 percent compounded quarterly, which of the following represents the value, in dollars, of the certificate at the end of the 2 years?

(A)  $(1.06)^2 k$

(B)  $(1.06)^8 k$

$\frac{295}{11.5}$  to  $\frac{285}{12.5}$

所以(D) is correct.

6. 下列哪一个不等式是左面数轴中阴影部分的代数表达?

解:上面数轴阴影部分的不等式表达为

$$-5 \leq x \leq 3$$

(A)表达的不等式范围为  $-3 \leq x \leq 3$ ; (B)表达的不等式范围为  $-5 \leq x \leq 5$ ; (C)表达的不等式范围为  $-1 \leq x \leq 5$ ; (D)表达的不等式范围为:  $-3 \leq x \leq 5$ ; (E)表达的不等式范围为  $-5 \leq x \leq 3$

所以(E) is correct.

7. X, Y 和 Z 每个人试图独立地解出一个题目。假如他们每个人成功的概率分别为  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  和  $\frac{5}{8}$ , X 和 Y 将解出题目而 Z 将解不出题目的概率是多少?

解: X 解出题目的概率为  $\frac{1}{4}$ , Y 的概率为  $\frac{1}{2}$ ,

而 Z 解不出题目的概率为  $\frac{3}{8}$ , 则 XY 解出题目而 Z 解不出题目的概率为:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{64}$$

所以(E) is correct.

8. 假如一个两年的定期存款以  $k$  美元被购买。假如那个定期存款以年利率 6%, 以季度复利得到利息, 下列哪一个是这个定期存款在两年末以美元为单位所代表的价值?

解:很多考生难以理解本题第一句话:为什么定期存款以  $k$  美元被购买, 其实 certificate of deposit 简称 CD, 是一种美国金融

- (C)  $(1.015)^2 k$   
 (D)  $(1.015)^8 k$   
 (E)  $(1.03)^4 k$

9. If the sum of the first  $n$  positive integers is  $S$ , what is the sum of the first  $n$  positive even integers, in terms of  $S$ ?

- (A)  $\frac{S}{2}$             (B)  $S$   
 (C)  $2S$             (D)  $2S + 2$   
 (E)  $4S$

10. If  $n$  is an integer, which of the following CANNOT be a factor of  $3n + 4$ ?

- (A) 4  
 (B) 5  
 (C) 6  
 (D) 7  
 (E) 8

11. How many integers between 324,700 and 458,600 have tens digit 1 and units digit 3?

- (A) 10,300  
 (B) 10,030  
 (C) 1,353  
 (D) 1,352  
 (E) 1,339

12. If Carmen had 12 more tapes, she would have twice as many tapes as Rafael. Does Carmen have fewer tapes than Rafael?

市场上可流通的一种金融产品,以  $k$  美元购买,即指这个定期存单上有  $k$  美元,因为以季度复利,所以每季度利息为:

$$6\% \div 4 = 1.5\%$$

而两年有 8 个季度,所以两年末这张 CD 的值为:

$$k(1.015)^8$$

所以(D) is correct.

9. 假如前  $n$  个正整数的和为  $S$ ,那么前  $n$  个正偶数的和是多少,以  $S$  表达?

解:前  $n$  个正整数的和为:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = S$$

前  $n$  个正偶数的和为:

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = 2(1 + 2 + 3 + \cdots + n) = 2S$$

所以(C) is correct.

10. 假如  $n$  是一个整数,下列哪一个不能是  $3n + 4$  的因子?

解:在遇见此类数字规律题时一定采用排除法,(A)当  $n = 4$  时,4 可以为  $3n + 4$  的因子;(B)当  $n = 7$  时,5 也可以为  $3n + 4$  的因子;(C)无论  $n$  取何值, $3n + 4$  都不可能为 6 的因子,而(D)中  $n$  取 1 时可以被 7 整除;(E)中  $n$  取 4 时可以被 8 整除,所以(C) is correct.

11. 在 324700 和 458600 之间有多少整数的十位数字为 1 且个位数字为 3?

解:units digit 个位数    tens digit 十位数  
 十位数为 1 而个位数为 3 的情况在每 100 个数字中出现一次,则

$$458600 - 324700 = 133900$$

所以共出现 1339 次

所以(E) is correct.

12. 假如 C 再多 12 盘磁带,她可能是 R 磁带量的两倍,C 比 R 的磁带少吗?

(1) R 有超过 5 盘磁带

- (1) Rafael has more than 5 tapes.  
 (2) Carmen has fewer than 12 tapes.

(2) C 有少于 12 盘磁带

解: 注意理解本题中的虚拟语气“had..., would have...”, 即如果 C 再多 12 盘, 则是 R 的两倍

$$C + 12 = 2R$$

由(1) R 有超过 5 盘磁带无法决定是 C 的磁带多还是 R 的磁带多, 因为  $C = 2, R = 7$  时满足上面的等式, 而  $C = 14, R = 13$  时也满足上面等式; 由(2)中  $C < 12$ , 则无论怎样取值都要满足上面等式  $R > C$ , 例如  $C = 10, R = 11$ , 所以(2)单独回答了上面问题, 所以(B) is correct.

13. What is the volume of a certain rectangular solid?

- (1) Two adjacent faces of the solid have areas 15 and 24, respectively.  
 (2) Each of two opposite faces of the solid has area 40.

13. 长方体的体积是多少?

- (1) 长方体两个相邻面的面积分别为 15 和 24  
 (2) 长方体两个相对面的面积是 40

解: 设长方体 3 边边长为  $x, y, z$ , 则长方体体积为  $x \cdot y \cdot z$ 。(1)中得到  $xy = 15, y \cdot z = 24$ , 无法得到  $x \cdot y \cdot z$  的值, 所以(1)无法单独回答上面问题; (2)中得到  $x \cdot z = 40$ , 所以(2)也无法单独回答上面问题; (1) + (2)时, 3 个方程可以求得  $x, y, z$ , 则回答了上面问题  
 所以(C) is correct.

14. If  $n$  is a positive integer and  $k = 5.1 \times 10^n$ , what is the value of  $k$ ?

- (1)  $6,000 < k < 500,000$   
 (2)  $k^2 = 2.601 \times 10^9$

14. 假如  $n$  是一个正整数, 并且  $k = 5.1 \times 10^n$ ,  $k$  的值是多少?

- (1)  $6000 < k < 500000$   
 (2)  $k^2 = 2.601 \times 10^9$

解: 由(1)得到  $4 \leq n \leq 4$ , 则  $n = 4$ , 所以(1)单独回答了问题; 由(2)  $k^2 = (5.1)^2 \cdot 10^8$ , 所以  $n = 4$  所以(2)也单独回答了问题, 所以(D) is correct.

15. Is  $n$  an integer?

- (1)  $n^2$  is an integer.  
 (2)  $\sqrt{n}$  is an integer.

15.  $n$  是一个整数吗?

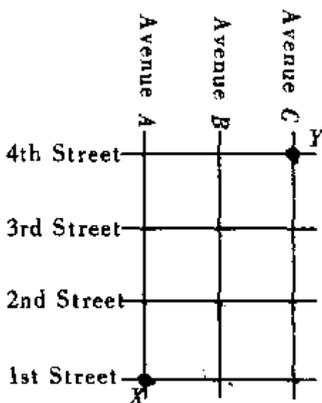
- (1)  $n^2$  是一个整数  
 (2)  $\sqrt{n}$  是一个整数

To From	A	B	C	D	E	F
A		3	3	2	7	3
B	3		3	4	5	5
C	3	3		1	2	4
D	2	4	1		5	5
E	7	5	2	5		6
F	3	5	4	5	6	

16. The table above shows the cost, in dollars, of traveling to and from cities  $A, B, C, D, E,$  and  $F$ . A sales representative wants to leave from  $A$ , travel to  $C, E,$  and  $F$ , and return to  $A$ . If the first city that the sales representative travels to must be  $E$ , what is the minimum possible cost for the entire trip?

(A) \$ 13      (B) \$ 14      (C) \$ 16  
(D) \$ 18      (E) \$ 20

17. If  $n$  is a prime number greater than 3, what is the remainder when  $n^2$  is divided by 12?
- (A) 0              (B) 1  
(C) 2              (D) 3  
(E) 5



解:由(1)无法确定  $n$  是否为整数,因为  $n$  可以取  $\sqrt{3}$  和 3 都满足(1)中条件;由(2)  $\sqrt{n}$  是整数,则  $n$  一定是一个整数,(2)单独回答了上面的问题,所以(B) is correct.

16. 左面的图表表示从  $A, B, C, D, E$  和  $F$  中的任一城市到其他城市的旅行花费,以美元计。一个销售代表想离开  $A$ ,旅行到  $C, E, F$ , 然后回到  $A$ , 假如销售代表第一个到达的城市一定是  $E$ , 整个旅途的最低花费是多少?

解:由  $A$  到  $E$  花费 7 美元,至此该销售代表有两种可选择的道路,其 1 为:

$$A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow A,$$

其花费为:

$$7 + 2 + 4 + 3 = 16 \text{ 美元}$$

另一道路为:

$$A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow A$$

其花费为:

$$7 + 6 + 4 + 3 = 20 \text{ 美元}$$

综上所述道路 1 的花费最低为 16 美元

所以(C) is correct.

17. 假如  $n$  是一个大于 3 的质数,当  $n^2$  被 12 整除时的余数是多少?

解:任取一个大于 3 的质数尝试,发现任一  $n^2$  被 12 整除时,余数总为 1,例如  $5^2 = 25, 25 \div 12$  得到商为 2,余数为 1。  
所以(B) is correct.

18.  $P$  将从相交点  $X$  徒步到相交点  $Y$ ,沿着左图所示的 4 条横向街道和 3 条纵向街道所构成的路线,且街道与街道相交成正方形,从  $X$  到  $Y$  最短可能长度的路线数目是多少?

解:从  $X$  到  $Y$  的最短长度为 5 个(如图所示)正方形的边长,但路线数目该怎样计算呢?有些考生通过硬数将答案数出,这样不但可能发生错误,当路线进一步复杂

18. Pat will walk from intersection  $X$  to intersection  $Y$  along a route that is confined to the square grid of four streets and three avenues shown in the map above. How many routes from  $X$  to  $Y$  can Pat take that have the minimum possible length?

(A) Six  
 (B) Eight  
 (C) Ten  
 (D) Fourteen  
 (E) Sixteen

19. In the  $xy$ -coordinate system, if  $(a, b)$  and  $(a + 3, b + k)$  are two points on the line defined by the equation  $x = 3y - 7$ , then  $k =$

(A) 9                      (B) 3  
 (C)  $\frac{7}{3}$                     (D) 1  
 (E)  $\frac{1}{3}$

20. What is the units digit of  $(13)^4(17)^2(29)^3$ ?

(A) 9                      (B) 7  
 (C) 5                      (D) 3  
 (E) 1

时,这种方法就不适用了,所以需体会本题正确的计算方法(注意:当考生实在不会用排列组合计算时,硬将线数数出且采用排除法不失为一个好的解决方法):

要想使路线最短,经过 2,3,4 的顺序一定是固定的,而经过  $B, C$  的顺序也肯定固定,否则不可能路线最短,且必然经过 2,3,4,  $B, C$  这 5 条直线,所以本题转化为 2,3,4,  $B, C$  这 5 个元素的排列,且满足顺序分别为 2,3,4 和  $B, C$ ,则总的排列可能通过两种方法得到

① 5 个位置中选出两个位置给  $B, C$  且满足  $B$  在  $C$  前,则为  $C_5^2$ ,剩下 3 个位置也必然按顺序为 2,3,4 这种惟一可能,所以  $C_5^2 = 10$

② 5 个位置中选出 3 个位置给 2,3,4 且必须满足 2 在 3 之前,3 在 4 之前,则为  $C_5^3$ ,剩下两个位置也必然按顺序  $B$  在  $C$  的前面这种惟一可能,所以  $C_5^3 = 10$   
 所以(C) is correct。

19. 在一个平面直角坐标轴中,假如  $(a, b)$  和  $(a + 3, b + k)$  是  $x = 3y - 7$  上的两个点,那么  $k$  等于多少?

解:因为这两个点都满足直线方程,则分别代入方程得:

$$a = 3b - 7$$

$$a + 3 = 3(b + k) - 7$$

解上面方程得  $k = 1$

所以(D) is correct。

20.  $(13)^4(17)^2(29)^3$  的个位数字是多少?

解:  $(13)^4$  的个位数字为 1

$(17)^2$  的个位数字为 9

$(29)^3$  的个位数字为 9

则  $(13)^4(17)^2(29)^3$  的个位数字为 1。

所以(E) is correct。

21. The inside dimensions of a rectangular wooden box are 6 inches by 8 inches by 10 inches. A cylindrical canister is to be placed inside the box so that it stands upright when the closed box rests on one of its six faces. Of all such canisters that could be used, what is the radius, in inches, of the one that has maximum volume?

- (A) 3  
(B) 4  
(C) 5  
(D) 6  
(E) 8

22. If  $x$ ,  $y$ , and  $z$  are positive integers and  $3x = 4y = 7z$ , then the least possible value of  $x + y + z$  is

- (A) 33  
(B) 40  
(C) 49  
(D) 61  
(E) 84

DAILY TRAIN SCHEDULE

Train	Scheduled Departure Station S	Scheduled Arrival Station T
X	7:08(EST)*	8:10(EST)

\* Eastern Standard Time

21. 长方体的木盒的内部的三维分别为 6 英寸、8 英寸和 10 英寸, 一个圆柱形的罐子被放置在盒子中以至于当关闭的盒子以其六个面的任何一个面为底时都保持直立。在所有可以被使用的这种罐子中, 有最大体积的罐子的半径是多少?

解: 因为无论该长方体以哪一个面为底时, 圆柱体都保持直立, 则该圆柱体一定内切于该长方体, 什么样的情况下该圆柱体体积最大呢? 因为圆柱体的体积为:

$$\pi r^2 \cdot h$$

当圆柱体以 6 inches by 8 inches 为底面时, 体积为:

$$90\pi$$

当圆柱体以 6 inches by 10 inches 为底面时, 体积为

$$72\pi$$

当圆柱体以 8 inches by 10 inches 为底面时, 体积为

$$96\pi$$

所以半径为 4 时, 体积最大,  
所以 (B) is correct.

22. 假如  $x$ ,  $y$  和  $z$  是正整数, 并且  $3x = 4y = 7z$ , 那么  $x + y + z$  的最小值是多少?

解:  $x, y, z$  取最小值时,  $3x$  或  $4y$  或  $7z$  应为 3, 4, 7 的最小公倍数应为 84, 此时

$$x = 84/3 = 28$$

$$y = 84/4 = 21$$

$$z = 84/7 = 12$$

所以  $x + y + z = 61$   
所以 (D) is correct.

表头题目: 每天火车的日程

EST: 东部标准时间

23. 左表展示火车  $x$  早晨的时间安排, 假如  $J$  在星期一早晨乘坐火车  $x$ , 他能准时到达车站  $T$  吗?

(1)  $J$  星期一早晨在离开车站  $S$  后的 1 小时 2 分钟后到达车站  $T$

23. The table above shows the morning schedule for train X. If Juan took train X on Monday morning, did he arrive at station T on schedule?

(1) Juan arrived at station T on Monday morning 1 hour and 2 minutes after he left station S.

(2) Juan arrived at his office at 8:30 (EST) on Monday morning, which was 20 minutes after he arrived at station T.

24. If  $n = \frac{p}{q}$ , where  $p$  and  $q$  are nonzero integers, is  $n$  an integer?

(1)  $n^2$  is an integer.

(2)  $\frac{2n+4}{2}$  is an integer.

25. In the rectangular coordinate system, are the points  $(r, s)$  and  $(u, v)$  equidistant from the origin?

(1)  $r + s = 1$

(2)  $n = 1 - r$  and  $v = 1 - s$

26. A certain ball was dropped from a window 8 meters above a sidewalk. On each

(2)  $J$  在星期一早晨 8:30(东部标准时间)到达他的办公室,这个时间是他到达车站 T 后的 20 分钟

解:本题问  $J$  是否准时到达车站 T, (1) 中指出火车行驶了 1 小时 2 分钟,正是时间安排中的行驶时间,但是该火车是否准时从 S 出发是未知的,所以是否准时到达 T 也就未知了, (1) 无法单独回答问题; (2) 中指出  $J$  在 8:30 到达办公室,是其到达车站 T 的 20 分钟后,则  $J$  到达 T 的时间为 8:10,所以准时到达,所以 (2) 单独回答了上面问题,

(B) is correct.

24. 假如  $n = \frac{p}{q}$ ,  $p$  和  $q$  是非零整数,  $n$  是一个整数吗?

(1)  $n^2$  是一个整数

(2)  $\frac{2n+4}{2}$  是一个整数

解:由 (1)  $n^2$  是一个整数,则  $n$  一定是一个整数,所以 (1) 可以单独回答问题;由 (2)  $\frac{2n+4}{2} = n+2$  是一个整数,则  $n$  必然也是一个整数, (2) 可以单独回答问题,所以 (D) is correct.

25. 在平面直角坐标轴中,点  $(r, s)$  和  $(u, v)$  与原点距离相等吗?

(1)  $r + s = 1$

(2)  $u = 1 - r$  并且  $v = 1 - s$

解: (1) 中未涉及  $u, v$ , 所以无法回答问题; (2) 中可得  $(u + v) = 2 - (r + s)$ , 也无法回答问题; 将 (1) + (2), 点  $(r, s)$  距原点距离为  $\sqrt{r^2 + s^2}$ , 点  $(u, v)$  距原点距离为  $\sqrt{u^2 + v^2}$ ,  $u^2 + v^2 = (1 - r)^2 + (1 - s)^2 = r^2 + s^2 - 2(r + s) + 2$ , 由  $r + s = 1$ , 则  $u^2 + v^2 = r^2 + s^2$ , 回答了上面问题, 所以 (C) is correct.

26. 某一个球从人行道上 8 米高的窗户处扔下。每一次反弹都是上一次下落距离的

bounce it rose straight up exactly one-half the distance of the previous fall. After the third bounce the ball was caught when it reached a height of exactly 1 meter above the sidewalk. How many meters did the ball travel in all?

- (A) 21                      (B) 19  
(C) 17                      (D) 15  
(E) 13

27. Which of the following procedures is always equivalent to adding 5 given numbers and then dividing the sum by 5?

- I. Multiplying the 5 numbers and then finding the 5th root of the product.  
II. Adding the 5 numbers, doubling the sum, and then moving the decimal point one place to the left.  
III. Ordering the 5 numbers numerically and then selecting the middle number.

- (A) None                      (B) I only  
(C) II only  
(D) III only  
(E) I and III

28. If a 3-digit integer is selected at random from the integers 100 through 199, inclusive, what is the probability that the first digit and the last digit of the integer are each equal to one more than the middle digit?

- (A)  $\frac{2}{225}$                       (B)  $\frac{1}{111}$                       (C)  $\frac{1}{110}$   
(D)  $\frac{1}{100}$                       (E)  $\frac{1}{50}$

29. A cashier mentally reversed the digits of one customer's correct amount of change and thus gave the customer an incorrect amount of change. If the cash register

一半,在第三次反弹后,球在高于人行道的1米处被抓住,该球共走了多少米?

解:从窗户上落下共8米,而第一次反弹高度为4米,来回共8米,第二次反弹高度为2米,来回共4米,第三次反弹高度为1米,达到第三次反弹的最高点时被抓住,所以该球共走了:

$$8 + 4 \times 2 + 2 \times 2 + 1 = 21(\text{米})$$

所以(A) is correct.

27. 下列哪一个步骤总是等同于把5个给定数字相加然后对5个数字的和除以5?

- I. 把5个数字相乘,然后求这个积的五次方根  
II. 把5个数字相加,然后把和加倍,并且把小数点向左移动一位  
III. 把5个数字排序然后选择中间的数字

解:本题问哪一个相当于求出5个数字的和后再除以5, I, III只是在特定情况下成立,而本题问 always, II中把小数点向左移动一位,即为除以10,而在和加倍的基础上完全等同于求出5个数字的和后再除以5,所以II正确,

所以(C) is correct.

28. 假如一个3位数字的整数随机从100到199(包括首尾数字)中选择出,第一个数字和最后一个数字每一个都等于中数数字加1的概率是多少?

解:100到199包括首尾数字共有100个数字,第一个和最后一个数字比中间数字大于的数只有101这一个数字,所以概率为

$$\frac{1}{100}$$

(D) is correct.

29. 一个营业员糊涂地把找给一个顾客的零钱的数字弄颠倒了,以至于给了顾客不正确的钱,假如因为这个错误而发现多了45美分,下列哪一个可以是以美分计

contained 45 cents more than it should have as a result of this error, which of the following could have been the correct amount of change in cents?

- (A)14            (B)45  
(C)54            (D)65  
(E)83

30. Last year the annual premium on a certain hospitalization insurance policy was \$ 408, and the policy paid 80 percent of any hospital expenses incurred. If the amount paid by the insurance policy last year was equal to the annual premium plus the amount of hospital expenses not paid by the policy, what was the total amount of hospital expenses last year?

- (A) \$ 850.00            (B) \$ 680.00  
(C) \$ 640.00            (D) \$ 510.00  
(E) \$ 326.40

31. An airline passenger is planning a trip that involves three connecting flights that leave from Airports A, B, and C, respectively. The first flight leaves Airport A every hour, beginning at 8:00 a. m., and arrives at Airport B  $2\frac{1}{2}$  hours later. The second flight leaves Airport B every 20 minutes, beginning at 8:00 a. m., and arrives at Airport C  $1\frac{1}{6}$  hours later. The third flight

leaves Airport C every hour, beginning at 8:45 a. m. What is the least total amount of time the passenger must spend between flights if all flights keep to their schedules?

- (A)25min            (B)1 hr 5 min  
(C)1 hr 15 min    (D)2 hr 20 min  
(E)3 hr 40 min

的零钱的正确数目?

解:两个数字颠倒了以至于多了 45 美分,则设正确零钱的十位数为  $x$ ,个位数为  $y$ ,则

$$(10x + y) - (10y + x) = 45$$

$$x - y = 5$$

则十位数减个位数的值应为 5,所以(E)is correct.

30. 去年,某一医院保险政策的年保险费是 408 美元,而且保险政策付给医院 80% 的保险金。假如去年保险政策所付的钱与年保险费和保险政策未付的医疗费用的和相等,去年的医疗费用是多少?

解:设去年的医疗费用为  $x$  美元,则

$$408 + x \times 20\% = x \cdot 80\%$$

$$x = 680 \text{ 美元}$$

所以(B)is correct.

31. 一个航空公司的乘客计划一次包括分别从机场 A, B, C 起飞的 3 个连续航班的旅行。第一个航班从上午 8 点开始每小时都有一班飞机离开 A, 2.5 个小时后到达 B。第二个航班从上午 8 点起每 20 分钟都有一班飞机离开 B, 经过 1 小时 10 分钟后到达 C。第三个航班从上午 8 点 45 分开始每小时都有一班飞机离开 C。假如所有航班都遵从它们的日程,该乘客在航班之间所花的最少时间是多少?

解:该旅客从 A 任何时候搭乘飞机到达 B 后都会至少耽误 10 分钟等下一航班到达 C,若在 B 等候 10 分钟后搭乘飞机到达 C 需至少等 55 分钟才可能从 C 离开,所以在航班间耽误的最短时间为  $55 + 10 = 65$  分钟,所以(B)is correct.

32. An infinite sequence of positive integers is called an "alpha sequence" if the number of even integers in the sequence is finite. If  $S$  is an infinite sequence of positive integers, is  $S$  an alpha sequence?

- (1) The first ten integers in  $S$  are even.  
 (2) An infinite number of integers in  $S$  are odd.

$$\begin{array}{r} \square \\ + \triangle \\ \hline \star \end{array}$$

33. In the addition problem above, each of the symbols  $\square$ ,  $\triangle$ , and  $\star$  represents a positive digit. If  $\square < \triangle$ , what is the value of  $\triangle$ ?

- (1)  $\star = 4$   
 (2)  $\square = 1$

CANCELLATION FEES

Days Prior to Departure	Percent of Package Price
46 or more	10%
45 - 31	35%
30 - 16	50%
15 - 5	65%
4 or fewer	100%

34. The table above shows the cancellation fee schedule that a travel agency uses to determine the fee charged to a tourist who cancels a trip prior to departure. If a tourist canceled a trip with a package price of \$1,700 and a departure date of September 4, on what day

32. 一个无限的正整数数列被称为  $\alpha$  数列, 假如数列中的偶数的数目是有限的。假如  $S$  是一个无限的正整数的数列,  $S$  是一个  $\alpha$  数列吗?

- (1)  $S$  中的前 10 个整数是偶数  
 (2)  $S$  中的奇数的数目是无限的

解:  $\alpha$  数列的定义为: 其中的偶数数目是有限的。由(1)无法得知偶数数目是否有限; 由(2)中奇数数目无限, 偶数数目也可能无限; 由(1)+(2)也无法得到任何结果, 所以 (E) is correct.

33. 在左面的加法问题中,  $\square$ ,  $\triangle$ ,  $\star$  这些符号代表一个正的数字, 假如  $\square < \triangle$ , 那么  $\triangle$  的值是多少?

解: 左面的加法表明  $\square + \triangle = \star$ , 且这 3 个符号都表示一个正的数字, 注意 digit 这个词指一个数字, 即一个一位数, 两位数就有两个 digits 了。所以隐含了  $\square, \triangle, \star$  都是小于 10 而大于 0 的整数, 由(1)  $\star = 4$ , 且  $\square < \triangle$ , 则只有在  $\triangle = 3, \square = 1$  的情况下才可以满足上面的加法, 所以(1)单独可回答问题, 而(2)  $\square = 1, \triangle$  可取多个值, 所以(2)单独不能回答问题, 所以 (A) is correct.

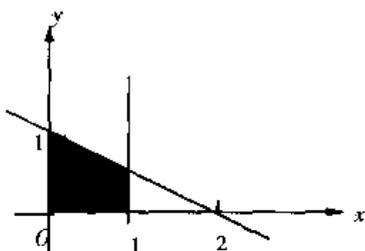
#### 表头题目: 取消的费用

34. 左面的图表展示了一个旅行机构用于向在旅行出发前取消旅行的旅行者所索取的取消费用。假如一个旅行者取消了一个价值 1700 美元的出发时期为 9 月 4 日的旅行安排, 哪一天该旅行被取消?  
 (1) 取消费用为 595 美元  
 (2) 假如该旅行被取消晚一天, 取消费用可能多 255 美元

解: 由(1)中取消费用为 595 美元, 则  $\frac{595}{1700} = 35\%$ , 则可以得到该旅行在 31~45 天前被取消, 但无法得知确切哪一天, 则(1)单独不能回答问题; 由(2)中晚一天可能多

was the trip canceled?

- (1) The cancellation fee was \$ 595.
- (2) If the trip had been canceled one day later, the cancellation fee would have been \$ 255 more.



35. In the rectangular coordinate system above, the shaded region is bounded by straight lines. Which of the following is NOT an equation of one of the boundary lines?

- (A)  $x = 0$                       (B)  $y = 0$
- (C)  $x = 1$                         (D)  $x - y = 0$
- (E)  $x + 2y = 2$

36. A certain car increased its average speed by 5 miles per hour in each successive 5-minute interval after the first interval. If in the first 5-minute interval its average speed was 20 miles per hour, how many miles did the car travel in the third 5-minute interval?

- (A) 1.0                      (B) 1.5
- (C) 2.0                      (D) 2.5
- (E) 3.0

37. If  $X$  and  $Y$  are sets of integers,  $X \triangle Y$  denotes the set of integers that belong to set  $X$  or set  $Y$ , but not both. If  $X$  consists of 10 integers,  $Y$  consists of 18 integers,

付 255 美元,  $\frac{255}{1700} = 15\%$ , 则有两种可能, 即出发前的 31 天, 或出发前的 16 天, 所以(2)单独也不能回答问题; 由(1) + (2) 得取消日期必为出发前的第 31 天, 所以(C) is correct.

35. 在左面的平面直角坐标轴中, 阴影区域由直线包围所形成。下列哪一个不是其中的一个边界线的方程?

解: 如图, 该阴影区域由 4 条直线包围, 其中有 3 条直线的方程如下:

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ x &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

而另一条直线方程通过计算得到为

$$\begin{aligned} y - 0 &= \frac{1 - 0}{0 - 2}(x - 2) \\ x + 2y &= 2 \end{aligned}$$

其实本题由排除法可很快得到正确答案  $x - y = 0$  为一条在第一, 三象限且成  $45^\circ$  角的直线, 所以(D) is correct.

36. 一辆小汽车在第一个 5 分钟后的每个 5 分钟内增加其平均速度 5 英里/小时。假如在第一个 5 分钟内其平均速度为每小时 20 英里。在第三个 5 分钟内, 小汽车行驶了多少英里?

解: 第三个 5 分钟小汽车的速度为:

$$20 + 5 + 5 = 30 \text{ 英里/小时}$$

第三个 5 分钟行驶的里程为:

$$30 \times 5 \times \frac{1}{60} = 2.5 \text{ 英里}$$

所以(D) is correct.

37. 假如  $X$  和  $Y$  是整数的集合,  $X \triangle Y$  定义为属于集合  $X$  或属于集合  $Y$ , 但不是两者共同拥有的整数集合。假如  $X$  中包括 10 个整数,  $Y$  中包括 18 个整数, 并且

and 6 of the integers are in both  $X$  and  $Y$ , then  $X \triangle Y$  consists of how many integers?

- (A)6    (B)16    (C)22  
(D)30    (E)174

有 6 个整数同时在  $X$  和  $Y$ , 那么  $X \triangle Y$  包括多少个整数?

解:  $X \triangle Y$  中的整数数目为:

$$10 + 18 - 6 - 6 = 16$$

所以(B)is correct。

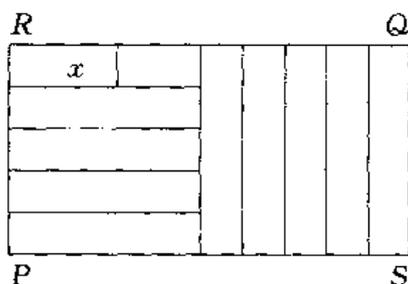
### Section Four

- Statement(1)ALONE is sufficient, but statement(2)alone is not sufficient.
- Statement(2)ALONE is sufficient, but statement(1)alone is not sufficient.
- BOTH statements TOGETHER are sufficient, but NEITHER statement ALONE is sufficient.
- EACH statement ALONE is sufficient.
- Statements(1)and(2)TOGETHER are NOT sufficient.

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{c}$$

1. In the expression above,  $a$ ,  $b$ , and  $c$  are different numbers and each is one of the numbers 2, 3, or 5. What is the least possible value of the expression?

- (A)  $\frac{1}{30}$  (B)  $\frac{2}{15}$  (C)  $\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{3}{10}$  (E)  $\frac{5}{6}$



2. Rectangular region PQRS shown above is partitioned into ten identical smaller rectangular regions, each of which has width  $x$ . What is the perimeter of PQRS in terms of  $x$ ?

- (A)  $15x$  (B)  $25x$  (C)  $30x$  (D)  $50x$   
 (E) It cannot be determined from the information given.

3. A certain basketball team that has played  $\frac{2}{3}$  of its games has a record of 17 wins and 3 losses. What is the greatest number of

1. 在上面的表达式中,  $a, b, c$  是不同的数并且每一个都是数字 2, 3, 5 中的一个, 这个表达式的最小值是多少?

解:  $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{c} = \frac{a}{bc}$   
 要使该表达式值最小, 则  $bc$  取最大值为 15, 则  $a = 2$ , 所以 (B) is correct.

2. 左面所展示的长方形区域被分成 10 个相同的较小的长方形区域, 每一个长方形的宽都是  $x$ , PQRS 的周长以  $x$  表示为多少?

解: 小长方形的宽为  $x$ , 则大长方形的宽为  $5x$ , 因为 10 个小长方形都是相同的, 所以小长方形的长也为  $5x$ , 则大长方形的长为  $10x$ , 所以大长方形的周长为:

$$2 \times (5x + 10x) = 30x$$

所以 (C) is correct.

3. 某一篮球队已经完成了其  $\frac{2}{3}$  的比赛并且纪录是 17 胜 3 负。该队最多还可以输多少场比赛但仍然至少赢  $\frac{3}{4}$  的比赛?

the remaining games that the team can lose and still win at least  $\frac{3}{4}$  of all of its games?

- (A) 7 (D) 4  
(B) 6 (E) 3  
(C) 5

4. Are all of the numbers in a certain list of 15 numbers equal?

- (1) The sum of all of the numbers in the list is 60.  
(2) The sum of any 3 numbers in the list is 12.

5. If  $a$  and  $b$  are positive integers, what is the value of  $a + b$ ?

- (1)  $\frac{a}{b} = \frac{5}{8}$   
(2) The greatest common divisor of  $a$  and  $b$  is 1.

6. If a certain grove consists of 36 pecan trees, what was the yield per tree last year?

- (1) The yield per tree for the 18 trees in the northern half of the grove was 60 kilograms last year.  
(2) The yield per tree for the 18 trees in the eastern half of the grove was 55 kilograms last year.

解:  $2/3$  的比赛场数是 20 场, 所以共 30 场比赛, 至少赢  $3/4$  的比赛则至少赢  $30 \times \frac{3}{4} = 23$  场, 所以该队最多可以输  $30 - 23 - 3 = 4$  场比赛, 所以 (D) is correct.

4. 某一数列中的 15 个数字都相等吗?

- (1) 该数列中所有数字的和是 60。  
(2) 该数列中任 3 个数字的和是 12。

解: 由 (1) 中所有数字的和为 60 无法得到其中 15 个数字是否都相等。(2) 由任 3 个数的和都为 12, 则要满足这一条件, 需这 15 个数都是 4, 所以由 (2) 可以回答这个问题, 所以 (E) is correct.

5. 假如  $a$  和  $b$  是正整数,  $a + b$  的值是多少?

- (1)  $a : b = 5 : 8$   
(2)  $a$  和  $b$  的最大公约数是 1。

解: 由 (1)  $\frac{a}{b} = \frac{5}{8}$ ,  $a + b$  的值可能有多, 所以 (1) 单独不能回答这个问题; (2) 由  $a$  和  $b$  的最大公约数是 1, 则  $a$  和  $b$  互质, 但 (2) 单独也无法回答这个问题。(1) + (2) 可以得到  $a = 5, b = 8$ , 则可以回答这个问题, 所以 (C) is correct.

6. 假如某一小树林中有 36 棵山核桃树, 去年每棵树的平均产量是多少?

- (1) 去年小树林北半部的 18 棵树每棵树的平均产量是 60 公斤。  
(2) 去年东半部的 18 棵树每棵树的平均产量是 55 公斤。

解: 由 (1) 中北半部的 18 棵树的每棵树平均产量是 60 公斤, 无法得到整个小树林的平均产量; 同理 (2) 也无法得到小树林的平均产量, (1) + (2) 也同样无法得到结果。

7. Committee X and Committee Y, which have no common members, will combine to form Committee Z. Does Committee X have more members than Committee Y?

- (1) The average (arithmetic mean) age of the members of Committee X is 25.7 years and the average age of the members of Committee Y is 29.3 years.  
 (2) The average (arithmetic mean) age of the members of Committee Z will be 26.6 years.

8. A straight pipe 1 yard in length was marked off in fourths and also in thirds. If the pipe was then cut into separate pieces at each of these markings, which of the following gives all the different lengths of the pieces, in fractions of a yard?

- (A)  $\frac{1}{6}$  and  $\frac{1}{4}$  only  
 (B)  $\frac{1}{4}$  and  $\frac{1}{3}$  only  
 (C)  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{4}$ , and  $\frac{1}{3}$   
 (D)  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{6}$ , and  $\frac{1}{4}$   
 (E)  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{6}$ , and  $\frac{1}{3}$

9. For a light that has an intensity of 60 candles at its source, the intensity in candles,  $S$ , of the light at a point  $d$  feet from the

所以(E) is correct。

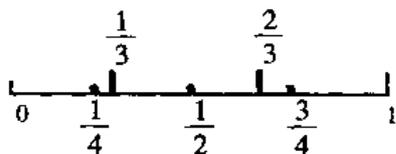
7. 委员会 X 和委员会 Y, 没有共同成员, 将组合成委员会 Z。委员会 X 的成员比委员会 Y 的成员的数目多吗?

- (1) X 委员会成员的平均年龄是 25.7 岁, Y 委员会成员的平均年龄是 29.3 岁。  
 (2) Z 委员会成员的平均年龄将为 26.6 岁。

解: 由(1)中的两个委员会成员的平均年龄说明不了哪一个委员会的人数多; 由(2)中 Z 的平均年龄 26.6 岁也无法说明哪一个委员会成员多; (1) + (2) 可以得到答案。因为若委员会 X 和 Y 人数相同, 则平均年龄应为  $\frac{25.7 + 29.3}{2} = 27.5$  岁, 而实际上委员会 Z 的平均年龄为  $26.6 < 27.5$ , 则委员会 X 的人数一定多于委员会 Y。所以(C) is correct。

8. 长度为一码的直管子被以四等分和三等分做出标记。假如该直管在标记处被切开, 下列哪一个给出了所有不同的长度, 以一码的比例为单位?

解: 如下图, 该管子以三等分和四等分:



则如上图有  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{6}$  三种长度

所以(D) is correct。

9. 对于一个光源强度为 60 支蜡烛的光源, 距光源  $d$  英尺远的  $S$  的光的强度由公式  $S = 60k/d^2$  得到,  $k$  是一个常数。假如光的强度是 30 支蜡烛在距光源 2 英尺的地

source is given by the formula  $S = \frac{60k}{d^2}$ , where  $k$  is a constant. If the intensity of the light is 30 candles at a distance of 2 feet from the source, what is the intensity of the light at a distance of 20 feet from the source?

- (A)  $\frac{3}{10}$  candle                      (D) 2 candles  
 (B)  $\frac{1}{2}$  candle                        (E) 3 candles  
 (C)  $1\frac{1}{3}$  candles

10. If  $n$  is a positive integer and  $k + 2 = 3^n$ , which of the following could NOT be a value of  $k$ ?

- (A) 1  
 (B) 4  
 (C) 7  
 (D) 25  
 (E) 79

11. NET INCOME FOR CORPORATIONS

A and B

Corporation A      Corporation B

Net Income in 1987	\$ 2.9 million	\$ 0.87 million
Percent Decrease in Net Income from 1986 to 1987	8.8%	13.3%

The net income of Corporation B in 1986 was approximately what percent of the net income of Corporation A in 1987?

- (A) 35%    (B) 30%    (C) 25%  
 (D) 20%    (E) 15%

方。距光源 20 英尺远的地方光的强度是多少?

解:本题在 GRE 的数学中同时考查过,可见 GRE 和 GMAT 的数学题库基本相同,读者无论参加哪一门考试都可以相互作为参考。本题由 2 英尺远的光强为 30 支蜡烛,代入公式得:

$$30 = \frac{60k}{2^2} \quad \text{所以 } k = 2$$

则距光源 20 英尺的地方的光强为:

$$S = \frac{60 \times 2}{20^2} = \frac{3}{10}$$

所以(A) is correct。

10. 假如  $n$  是一个正整数并且  $k + 2 = 3^n$ , 下列哪一个不能是  $k$  的值?

解:由  $k = 3^n - 2$  而 3 的幂的特点为个位数一定为 3, 9, 7, 1, 所以  $k$  的个位数一定为 1, 7, 5, 9。由此(B)中 4 不符合规则, 其实凡是碰上数字规律的题, 排除法永远是最快最简洁的方法。

所以(B) is correct。

11. 表头题目:公司 A 和公司 B 的净收入

公司 B 1986 年的净收入是公司 A 1987 年净收入的百分之多少?

解:设公司 B 1986 年的净收入为  $x$ , 则

$$x(1 - 13.3\%) = 0.87 \text{ million}$$

$$\text{则 } x = 1 \text{ million 美元}$$

$$\frac{1}{2.9} = 34.4\%$$

所以(A) is correct。

12. Solution Y is 30 percent liquid X and 70 percent water. If 2 kilograms of water evaporate from 8 kilograms of solution Y and 2 kilograms of solution Y are added to the remaining 6 kilograms of liquid, what percent of this new solution is liquid X?

- (A) 30%  
 (B)  $33\frac{1}{3}\%$   
 (C)  $37\frac{1}{2}\%$   
 (D) 40%  
 (E) 50%

13. If  $n$  is an integer between 2 and 100 and if  $n$  is also the square of an integer, what is the value of  $n$ ?

- (1)  $n$  is the cube of an integer.  
 (2)  $n$  is even.

14. What fractional part of the total surface area of cube  $C$  is red?

- (1) Each of 3 faces of  $C$  is exactly  $\frac{1}{2}$  red.  
 (2) Each of 3 faces of  $C$  is entirely white.

12. 溶液 Y 中有 30% 的 X 和 70% 的水。假如两公斤的水从 8 公斤的溶液 Y 中被蒸发并且 2 公斤的溶液 Y 被加入剩余的 6 公斤液体中, 新溶液中液体 X 所占的百分比是多少?

解: 新溶液中液体 X 的量为:

$$8 \times 30\% + 2 \times 30\% = 3 \text{ 公斤}$$

新溶液中水的量为:

$$8 \times 70\% - 2 + 2 \times 70\% = 5 \text{ 公斤}$$

所以新溶液中液体 X 所占的百分比为:

$$\frac{3}{3+5} = 37.5\%$$

所以 (C) is correct.

13. 假如  $n$  是 2 到 100 间的一个整数, 并且假如  $n$  又是一个整数的平方,  $n$  的值是多少?

- (1)  $n$  是一个整数的立方  
 (2)  $n$  是一个偶数

解: 由 (1)  $n$  既是一个整数的平方, 又是一个整数的立方, 且在 2 到 100 之间, 则满足以上条件的只有 64 既是 8 的平方, 又是 4 的立方, (1) 可单独回答上面的问题; (2) 中符合偶数又是一个数的平方条件的数在 2 到 100 之间有多个。

所以 (A) is correct.

14. 立方体  $C$  的红色部分占了该立方体表面积的比例是多少?

- (1)  $C$  的 3 个面的每个面有一半是红色。  
 (2)  $C$  的 3 个面的每个面都是完全的白色。

解: 由 (1) 无法回答上面的问题, 因为另 3 个面如何未知; 由 (2) 同理未知另 3 个面; (1) + (2) 可以求得该比例, 因为 6 个面的情况都已知,

所以 (C) is correct.

15. An instructor scored a student's test of 50 questions by subtracting 2 times the number of incorrect answers from the number of correct answers. If the student answered all of the questions and received a score of 38, how many questions did that student answer correctly?

- (A) 19 (B) 38 (C) 41 (D) 44  
(E) 46

16. Each person on a committee with 40 members voted for exactly one of 3 candidates,  $F$ ,  $G$ , or  $H$ . Did Candidate  $F$  receive the most votes from the 40 votes cast?

- (1) Candidate  $F$  received 11 of the votes.  
(2) Candidate  $H$  received 14 of the votes.

17.  $S$  is a set of integers such that

- i) if  $a$  is in  $S$ , then  $-a$  is in  $S$ , and  
ii) if each of  $a$  and  $b$  is in  $S$ , then  $ab$  is in  $S$ .

Is  $-4$  in  $S$ ?

- (1) 1 is in  $S$ .  
(2) 2 is in  $S$ .

18. If  $r \odot s = rs + r + s$ , then for what value of  $s$  is  $r \odot s$  equal to  $r$  for all values of  $r$ ?

- (A)  $-1$  (B)  $0$  (C)  $1$  (D)  $\frac{1}{r+1}$   
(E)  $r$

15. 一个教师给一个学生的 50 个问题的测试打分,方式是从正确答案的数目中减去两倍的错误答案的数目。假如该学生回答了所有的问题并且得了 38 分,该学生正确回答了多少道题目?

解:设该学生正确回答的问题数是  $x$ ,则

$$x - 2(50 - x) = 38$$

$$x = 46$$

所以(E) is correct。

16. 有 40 名成员的委员会中的每个人都对 3 名候选人  $F$ 、 $G$  或  $H$  中的一个投票支持。候选人  $F$  接受了 40 张选票中的大多数吗?

- (1) 候选人  $F$  接受了 11 张选票。  
(2) 候选人  $H$  接受了 14 张选票。

解:由(1)  $F$  只接受了 11 张选票,则对上面的问题的回答为 No,所以(1)单独回答了上面问题(注意:No 也是一种回答);(2)中无法看出  $F$  怎么样

所以(A) is correct。

17.  $S$  是一个整数的集合:

- i) 假如  $a$  在  $S$  中,那么  $-a$  也在  $S$  中。  
ii) 假如  $a$  和  $b$  中的每一个都在  $S$  中,那么  $ab$  也在  $S$  中,那么  $-4$  在集合  $S$  中吗?

解:由(1)1 在  $S$  中,则  $-1$  也在  $S$  中,无法回答上面的问题;由(2)2 在  $S$  中,则  $-2$  也在  $S$  中,则  $-4$  也在  $S$  中,所以单独回答了上面的问题。

所以(B) is correct。

18. 假如  $r \odot s = rs + r + s$ ,则  $s$  为何值时才能使对于所有的  $r$ , $r \odot s$  等于  $r$ ?

解: $r \odot s = rs + r + s = r$

$$s(r+1) = 0$$

则  $s = 0$  时满足上面的条件,所以(B) is

19. In each production lot for a certain toy, 25 percent of the toys are red and 75 percent of the toys are blue. Half the toys are size A and half are size B. If 10 out of a lot of 100 toys are red and size A, how many of the toys are blue and size B?

- (A) 15  
(B) 25  
(C) 30  
(D) 35  
(E) 40

$$\begin{array}{r} 734 \\ 5\Box8 \\ +9\Box2 \\ \hline 2,2\Box4 \end{array}$$

20. In the addition problem above, the number  $\Box$  must be

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

21. There are 4 card-processing machines in an office. The fastest of these machines processes  $x$  cards in 7 hours and the slowest processes  $x$  cards in 8 hours. Which of the following could NOT be the average time per machine for each of the 4 machines to process  $x$  cards?

- (A) 7.2  
(B) 7.3  
(C) 7.5  
(D) 7.6  
(E) 7.7

correct.

19. 在某一玩具的每一个产品生产地, 25% 的玩具是红色, 75% 的玩具是蓝色。一半的玩具是 A 型的, 一半的玩具是 B 型的。假如一批 100 个玩具中的 10 个是红色并且是 A 型, 多少玩具是蓝色并且是 B 型?

解: 由 100 个玩具中 10 个是红色并且是 A 型, 则有 15 是红色 B 型, 而 B 型共 50 个, 所以蓝色 B 型有 35 个。

所以 (D) is correct.

20. 在左面的加法中, 数  $\Box$  一定是多少?

解: 由加法的原则, 则得到如下算式:

$$3 + \Box + \Box + 1 = 10 + \Box$$

$$\Box = 6$$

所以 (B) is correct.

21. 在一个办公室中有 4 个卡片处理机器, 这些机器中, 最快的可在 7 个小时内处理  $x$  张卡片, 最慢的可在 8 个小时内处理  $x$  张卡片。下列哪一个不可能是 4 台机器处理  $x$  张卡片的平均时间?

解: 本题已知最快的处理  $x$  张卡片的时间为 7 小时, 而最慢的为 8 个小时, 其余 3 台机器处理时间未知, 但必然在 7 至 8 个小时内, 则 5 台机器的平均值的的最小值为:

$$\frac{7+7+7+8}{4} = 7.25 \text{ 小时}$$

5 台机器处理  $x$  张卡片的最大平均值为:

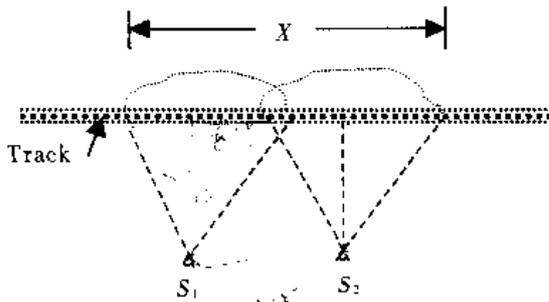
$$\frac{7+8+8+8}{4} = 7.75 \text{ 小时}$$

由平均值的范围得 7.2 不是平均值

所以 (A) is correct.

22. When an object is dropped, the number of feet  $N$  that it falls is given by the formula  $N = \frac{1}{2}gt^2$ , where  $t$  is the time in seconds since it was dropped and  $g$  is 32.2, if it takes 5 seconds for the object to reach the ground, how many feet does it fall during the last 2 seconds?

(A) 64.4  
 (B) 96.6  
 (C) 161.0  
 (D) 257.6  
 (E) 402.5



23. In the figure above, two searchlights  $S_1$  and  $S_2$  are located 10,000 feet apart, each covers an area of radius 10,000 feet, and each is located 8,000 feet from the railroad track. To the nearest 1,000 feet, what is the total length  $x$  of track spanned by the searchlights?

(A) 24,000 (B) 22,000 (C) 20,000  
 (D) 16,000 (E) 12,000

24. A boy walking along a road at 3 kilometers per hour is overtaken by a truck traveling at 40 kilometers per hour. If the truck breaks down 1 kilometer beyond

22. 当一个物体被扔下,下落的英尺数  $N$  由公式  $N = \frac{1}{2}gt^2$  得到,  $t$  是该物体扔下的时间,以秒为单位,  $g$  为 32.2,假如花 5 秒钟的时间该物体落下,在最后两秒它落下了多少英尺?

解:5 秒钟该物体共落下的距离为:

$$N = \frac{1}{2}g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \times 32.2 \times 25 = 402.5$$

英尺

本题求最后 2 秒下落的距离,该距离可以通过 5 秒钟下落的距离减去前 3 秒下落的距离:

$$402.5 - \frac{1}{2}g \cdot t^2 = 402.5 - \frac{1}{2} \times 32.2 \times 9 \\ = 257.6 \text{ 英尺}$$

所以(D) is correct。

23. 在左图的图形中,两个探照灯  $S_1$  和  $S_2$  相距 10000 英尺,每个覆盖面积的半径为 10000 英尺,并且每个探照灯距铁轨的距离为 8000 英尺。四舍五入到 1000 英尺,探照灯所覆盖的铁轨的总长度  $x$  是多少?

解:由  $S_1 S_2$  向铁道做垂线,则两条垂线之间的距离为 10000 英尺,若求  $x$  的长度,则需求出两边的两段直角边的长度。根据勾股定理得:

$$\sqrt{(10000)^2 - (8000)^2} = 6000 \text{ 英尺}$$

所以  $x$  的长度为:

$$6000 \times 2 + 10000 = 22000 \text{ 英尺}$$

所以(B) is correct。

24. 一个以每小时 3 公里的速度行走的男孩被一辆以 40 公里/小时行驶的卡车超过。假如卡车在通过该男孩的一公里远的地方出了故障,在出了故障后的多少

where it passes the boy, how many minutes after the breakdown does the boy reach the truck?

- (A)  $21\frac{1}{2}$  (B) 20 (C)  $18\frac{34}{37}$   
 (D)  $18\frac{26}{43}$  (E)  $18\frac{1}{2}$

25. How many three-digit numerals begin with a digit that represents a prime number and end with a digit that represents a prime number?

- (A) 16 (B) 80 (C) 160 (D) 180  
 (E) 240

26. How many integers  $n$  greater than 10 and less than 100 are there such that, if the digits of  $n$  are reversed, the resulting integer is  $n + 9$ ?

- (A) 5  
 (B) 6  
 (C) 7  
 (D) 8  
 (E) 9

27. Three stacks containing equal numbers of chips are to be made from 9 red chips, 7 blue chips, and 5 green chips. If all of these chips are used and each stack contains at least 1 chip of each color, what is the maximum number of red chips in any one stack?

- (A) 7 (B) 6  
 (C) 5 (D) 4  
 (E) 3

分钟该男孩到达此卡车?

解:设该男孩在卡车出了故障后  $x$  分钟到达卡车,则可以列出以下方程:

$$3 \times \left( \frac{x}{60} + \frac{1}{40} \right) = 1$$

$$x = 18.5 \text{ 分钟}$$

所以(E) is correct。

25. 有多少 3 位数以一个质数开头并且以一个质数结尾?

解:一位数中为质数的有 2, 3, 5, 7 四个,而该 3 位数的首位和末位都是质数,而中间的数可为 0 至 9 中 10 个数中的任一个,所以具有该特征的 3 位数共有:

$$C_4^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_4^1 = 160$$

所以(C) is correct。

26. 有多少个整数  $n$  大于 10 且小于 100, 并且假如  $n$  的数字被颠倒, 所得的数字为  $n + 9$ ?

解:设  $n$  的个位数字为  $x$ 。十位数字为  $y$ , 则

$$n = 10y + x$$

则可以得到:

$$10y + x + 9 = 10x + y$$

$$x - y = 1$$

即个位数字比十位数字大 1。满足此特点的数字有 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89 共 8 个数字, 所以(D) is correct。

27. 3 堆含有相同数目的筹码由 9 个红色筹码, 7 个蓝色筹码和 5 个绿色筹码组成。假如所有这些筹码都被使用, 并且每堆至少含有每种颜色中的一个筹码, 任一堆中红色筹码的最大数目是多少?

解:所有筹码的数目为  $9 + 7 + 5 = 21$ , 每堆中有 7 个筹码, 因为每堆中至少有某颜色的一个筹码, 所以其他两堆中每一堆最少有一个红色筹码, 而这一堆中有至少有一个蓝色一个绿色筹码, 所以红色筹码的最大

28. If  $C$  is the temperature in degrees Celsius and  $F$  is the temperature in degrees Fahrenheit, then the relationship between temperatures on the two scales is expressed by the equation  $9C = 5(F - 32)$ . On a day when the temperature extremes recorded at a certain weather station differed by 45 degrees on the Fahrenheit scale, by how many degrees did the temperature extremes differ on the Celsius scale?

- (A)  $\frac{65}{9}$   
 (B) 13  
 (C) 25  
 (D) 45  
 (E) 81

29. Mary invested \$ 8,400 for 6 months in a certificate of deposit paying  $9\frac{1}{4}$  percent simple annual interest. How much more interest would Mary have received if the interest rate on this certificate had been  $9\frac{3}{4}$  percent simple annual interest?

- (A) \$ 2.10 (B) \$ 21.00  
 (C) \$ 42.00 (D) \$ 210.00  
 (E) \$ 420.00

30. A rectangle with dimensions 24 inches by 42 inches is to be divided into squares of equal size. Which of the following could be a length of a side of the squares?

- (A) 4 inches (B) 6 inches  
 (C) 7 inches  
 (D) 8 inches (E) 10 inches

数目为 5 个。所以 (C) is correct。

28. 假如  $C$  是摄氏温度而  $F$  是华氏温度, 那么这两种温度制之间的关系为  $9C = 5(F - 32)$ 。某一天某一气象站记录下来的华氏温度的最大和最小温度差为 45 度, 那么摄氏温度的最大和最小温度差是多少?

$$\text{解: } C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

$$\text{所以 } \Delta C = \frac{5}{9} \Delta F$$

$$\Delta C = \frac{5}{9} \times 45 = 25$$

(C) is correct.

某... 8... = 1...  
 $9C = 5(F - 32)$   
 $9 \times 25 = 5(F - 32)$   
 $225 = 5(F - 32)$   
 $45 = F - 32$   
 $F = 77$

29.  $M$  把 8400 美元投资入一个利息为 9.25% 的年单利的定期存款, 存期为 6 个月。假如这个定期存单的年单利为 9.75%, 那么  $M$  可以多获得多少利息?

$$\begin{aligned} \text{解: } & 8400 \times 9.75\% \times \frac{1}{2} - 8400 \times 9.25\% \times \frac{1}{2} \\ & = 4200 \times (9.75\% - 9.25\%) \\ & = 21 \text{ 美元} \end{aligned}$$

所以 (B) is correct.

30. 一个长为 42 英寸、宽为 24 英寸的长方形被分解成相同大小的正方形, 下列哪一个可以是正方形的边长?

解: 正方形的边长一定为长方形的长和宽的公约数, 42 与 24 的公约数有 1, 2, 3, 6  
 所以 (B) is correct.

31. A computer is programmed to generate a list of multiples of prime numbers 2, 3 and 5, as shown below:

Program 1 - List multiples of 2

Program 2 - List multiples of 3

Program 3 - List multiples of 5

How many integers less than 100 will appear on all of the lists of programs produced above?

- (A) None (B) 1 (C) 3 (D) 5  
(E) An infinite number of integers

32. Of the science books in a certain supply room, 50 are on botany, 65 are on zoology, 90 are on physics, 50 are on geology, and 110 are on chemistry. If science books are removed randomly from the supply room, how many must be removed to ensure that 80 of the books removed are on the same science?

- (A) 81  
(B) 159  
(C) 166  
(D) 285  
(E) 324

Week	Number of Tickets Sold
1	1,000,000
2	1,000,000
3	750,000
4	250,000

33. The table above shows the number of tickets sold during each of the first 4 weeks after a movie was released. The

31. 一个计算机被编程为产生一组质数 2, 3, 5 的倍数。如下所示: 程序 1 列出 2 的倍数, 程序 2 列出 3 的倍数, 程序 3 列出 5 的倍数。

有多少小于 100 的整数将出现在上面程序所产生的所有数列中?

解: 本问题的为在小于 100 的整数中有多少数同时是 2, 3, 5 的倍数, 由于 2, 3, 5 互质, 所以小于 100 的公倍数为 30, 60, 90。所以 (C) is correct。

32. 在某一房间中的所有的科技书中, 50 本是植物学的书, 65 本是动物学的书, 90 本是物理学的书, 50 本地质学书, 110 本化学书。假如科技书被随机取出该房间, 需要取多少本才能保证移出的 80 本书是同一学科的?

解: 由上面给出的数据可以得到该房间共:

$$50 + 65 + 90 + 50 + 110 = 365$$

超过 80 本书的有物理学 90 本, 化学 110 本。要想保证取出的 80 本书是同一学科的, 必须将其他 3 个学科的书全部取出后, 再在物理学和化学中共移出 159 本才能满足条件, 所以

$$50 + 50 + 65 + 159 = 324$$

所以 (E) is correct。

33. 左面的图表展示在一个电影公映后的前 4 周中的每一周销售的电影票数。电影的出品人获得每张票销售收入的 10% 并且在前 4 周的每一周有一个被保证的最低收入为 200000 美元。假如票以每张 4 美元出售, 电影出品人在前 4 周得到了多少钱?

解: 本题意为出品人获得售票收入的 10% 当最低收入超过 200000 美元时, 若售票收入的 10% 不足 200000 美元则出品人也

producer of the movie received 10 percent of the revenue from every ticket sold with a guaranteed minimum of \$200,000 per week for the first 4 weeks. If tickets sold for \$4 each, how much did the producer receive for the first 4 weeks?

- (A) \$800,000  
 (B) \$900,000  
 (C) \$1,000,000  
 (D) \$1,200,000  
 (E) \$1,300,000

34. A certain shade of gray paint is obtained by mixing 3 parts of white paint with 5 parts of black paint. If 2 gallons of the mixture is needed and the individual colors can be purchased only in one-gallon or halfgallon cans, what is the least amount of paint, in gallons, that must be purchased in order to measure out the portions needed for the mixture?

- (A) 2 (B)  $2\frac{1}{2}$  (C) 3  
 (D)  $3\frac{1}{2}$  (E) 4

35. A merchant paid \$300 for a shipment of  $x$  identical calculators. The merchant used 2 of the calculators as demonstrators and sold each of the others for \$5 more than the average (arithmetic mean) cost of the  $x$  calculators. If the total revenue from the sale of the calculators was \$120 more than the cost of the shipment, how many calculators were in the shipment?

- (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 28  
 (E) 30

获得保证的 200000 美元。

由上表观察可得前 3 周售票收入的 10% 均超过 200000 美元,而第四周售票收入的 10% 为:

$$250000 \times 4 \times 10\% = 100000$$

不足 200000 美元,则出品人第四周获得 200000 美元,所以出品人前 4 周共获得:

$$(1000000 + 1000000 + 750000) \times 4 \times 10\% - 200000$$

$$= 1300000 \text{ 美元}$$

所以(E) is correct。

34. 某种灰色颜料由混合 3 份白色颜料和 5 份黑色颜料得到。假如需要 2 加仑的混合物并且每种颜料只能以 1 加仑或 0.5 加仑购买,至少需要多少加仑的颜料被购买来配出混合物所需要的比例?

解:设需要白色颜料  $3x$  加仑,则黑色颜料为  $5x$  加仑来配出 2 加仑的混合物,则  $x = 0.25$  加仑,则需要 0.75 加仑的白色颜料和 1.25 加仑的黑色颜料,则需购买 1 加仑白颜料和 1.5 加仑的黑颜料,共 2.5 加仑,

所以(B) is correct。

35. 一个商人为一批  $x$  个相同的计算器付了 300 美元。该商人使用两个计算器作为展品并且在出售其他计算器时将每个计算器以比平均成本高 5 美元的价格出售。假如出售计算器的总收入比这批计算器的成本高 120 美元,这一批中有多少个计算器?

解:设这一批中共  $x$  个计算器,则得到如下方程:

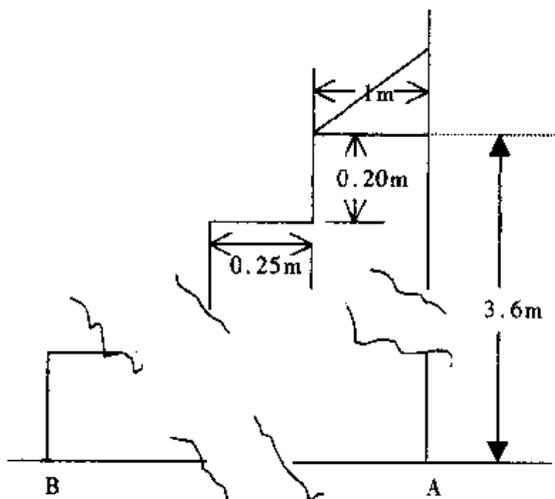
$$\left(\frac{300}{x} + 5\right)(x - 2) = 300 + 120$$

得到  $x = 30$

所以(E) is correct。

36. A jar contains only  $x$  black balls and  $y$  white balls. One ball is drawn randomly from the jar and is not replaced. A second ball is then drawn randomly from the jar. What is the probability that the first ball drawn is black and the second ball drawn is white?

- (A)  $\left(\frac{x}{x+y}\right)\left(\frac{x}{x+y}\right)$
- (B)  $\left(\frac{x}{x+y}\right)\left(\frac{x-1}{x+y-1}\right)$
- (C)  $\frac{xy}{x+y}$
- (D)  $\left(\frac{x-1}{x+y}\right)\left(\frac{y-1}{x+y}\right)$
- (E)  $\left(\frac{x}{x+y}\right)\left(\frac{y}{x+y-1}\right)$



Note: Figure not drawn to scale.

37. Each step of a staircase is 0.25 meter wide and 0.20 meter high, as shown in the figure above. All angles shown in the figure are right angles. If the height of the staircase is 3.6 meters and the landing at the top of the staircase is 1 meter wide, how long, in meters, is AB?

- (A) 3.0 (B) 4.25 (C) 4.5
- (D) 5.25 (E) 5.5

36. 一个罐子中仅含  $x$  个黑球和  $y$  个白球, 一个球被随机地从罐子中取出并且不再更换, 然后第二个球从罐子中随机取出。取出的第一个球为黑色且第二个球为白色的概率是多少?

解: 第一个球为黑球的概率为  $\frac{x}{x+y}$ , 第二个

球为白球的概率为  $\frac{y}{(x-1+y)}$ , 所以第一个球为黑色第二个球为白色的概率为:

$$\left(\frac{x}{x+y}\right)\left(\frac{y}{x+y-1}\right)$$

所以 (E) is correct.

37. 楼梯的每个台阶宽 0.25 米并且高为 0.2 米, 如左图所示, 图形中所展示的所有角度都是直角。假如楼梯的高度为 3.6 米, 楼梯顶端的台子宽 1 米, AB 的长度是多少?

解: 由楼梯总高度为 3.6 米, 则楼梯的总级数为:

$$\frac{3.6}{0.2} = 18$$

由于楼梯顶端的长度为 1 米, 则 AB 的长度为:

$$17(0.25) + 1 = 5.25 \text{ m}$$

所以 (D) is correct.

## Section Five

- Statement(1)ALONE is sufficient, but statement(2)alone is not sufficient.  
 Statement(2)ALONE is sufficient, but statement(1)alone is not sufficient.  
 BOTH statements TOGETHER are sufficient, but NEITHER statement ALONE is sufficient.  
 EACH statement ALONE is sufficient.  
 Statements(1)and(2)TOGETHER are NOT sufficient.

1. There were 36,000 hardback copies of a certain novel sold before the paperback version was issued. From the time the first paperback copy was sold until the last copy of the novel was sold, 9 times as many paperback copies as hardback copies were sold. If a total of 441,000 copies of the novel were sold in all, how many paperback copies were sold?

- (A) 45,000 (B) 360,000  
 (C) 364,500 (D) 392,000  
 (E) 396,900

Month	Average Price per Dozen
April	\$ 1.26
May	\$ 1.20
June	\$ 1.08

2. The table above shows the average (arithmetic mean) price per dozen of the large grade A eggs sold in a certain store during three successive months. If  $\frac{2}{3}$  as many dozen were sold in April as in May, and twice as many were sold in June as in April, what was the average price per dozen of the eggs sold over the three-month period?

1. 某一小说在简装本出售前有 36000 本精装本被出售,从第一本简装本被出售的时间直到最后一本小说被出售,简装本的销售量是精装本销售量的 9 倍。假如共有 441000 本书被出售,有多少本简装书被出售?

解:由题意设简装本的销售量为  $x$  本,则依题意列出如下方程:

$$x + \frac{x}{9} = 441000 - 36000$$

$$x = 364500$$

所以(C) is correct。

2. 左面的图表展示某一商店连续 3 个月的 A 级鸡蛋每打的平均销售价格。假如 4 月销售的鸡蛋的打数是 5 月的  $\frac{2}{3}$ , 并且 6 月销售的鸡蛋的打数是 4 月的两倍, 3 个月期间每打鸡蛋出售的平均价格是多少?

解:设 4 月的销售打数为  $x$ , 则 6 月的销售打数为  $2x$ , 5 月销售的打数为  $\frac{3}{2}x$ , 则 3 个月中每打鸡蛋的平均销售价格为:

$$\frac{1.26x + 1.20 \times \frac{3}{2}x + 1.08 \cdot 2x}{x + \frac{3}{2}x + 2x} = 1.16$$

所以(D) is correct。

- (A) \$1.08 (B) \$1.10 (C) \$1.14  
(D) \$1.16 (E) \$1.18

3. If  $y \neq 3$  and  $\frac{3x}{y}$  is a prime integer greater than 2, which of the following must be true?

- I.  $x = y$   
II.  $y = 1$   
III.  $x$  and  $y$  are prime integers.

- (A) None  
(B) I only  
(C) II only  
(D) III only  
(E) I and III

4. A merchant purchased a jacket for \$60 and then determined a selling price that equalled the purchase price of the jacket plus a markup that was 25 percent of the selling price. During a sale, the merchant discounted the selling price by 20 percent and sold the jacket. What was the merchant's gross profit on this sale?

- (A) \$0  
(B) \$3  
(C) \$4  
(D) \$12  
(E) \$15

5. Ben and Ann are among 7 contestants from which 4 semifinalists are to be selected. Of the different possible selections, how many contain neither Ben nor Ann?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7  
(D) 14 (E) 21

3. 假如  $y \neq 3$  并且  $\frac{3x}{y}$  是一个大于 2 的质数, 下列哪一个一定正确?

- I.  $x = y$   
II.  $y = 1$   
III.  $x$  和  $y$  是质数

解: 本题问 must be, 若  $\frac{3x}{y} = 5$  满足上面的条件, 但  $x \neq y$ ,  $y$  也可以不等于 1, 同样  $x$ ,  $y$  也可以取不是质数的数, 所以都不对。  
(A) is correct.

4. 一个商人以 60 美元购买了一件夹克, 并且决定销售价格为购买价格加上一个等于销售价格 25% 的涨价。在销售期间, 商人对销售价格打了 20% 的折扣并且售出了这件夹克, 这次销售中商人的总利润是多少?

解: markup  $n$ . 涨价

设销售价格 (selling price) 为  $x$  美元, 该价格为购买价格加上销售价格的 25%, 则可以得到如下方程:

$$x = 60 + x \cdot 25\%$$

$x = 80$  美元, 则总利润为

$$80 \times (1 - 20\%) - 60 = 4 \text{ 美元}$$

所以 (C) is correct.

5. B 和 A 在 7 名竞争者中, 从这 7 人中选出 4 名半决赛选手。不包括 B 和 A 的选择一共有多少种?

解: 不包括 B 和 A 则剩下 5 人, 本题意为从 5 人中选出 4 人的可能性有多少种, 即  $C_5^4 = 5$  种。

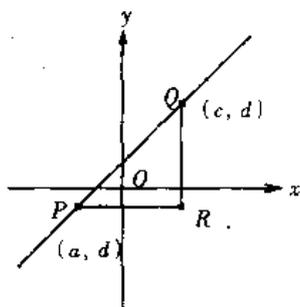
所以 (A) is correct.

6. Forty percent of the rats included in an experiment were male rats. If some of the rats died during the experiment and 30 percent of the rats that died were male rats, what was the ratio of the death rate among the male rats to the death rate among the female rats?

- (A)  $\frac{9}{14}$   
 (B)  $\frac{3}{4}$   
 (C)  $\frac{9}{11}$   
 (D)  $\frac{6}{7}$   
 (E)  $\frac{7}{8}$

7. Four cups of milk are to be poured into a 2-cup bottle and a 4-cup bottle. If each bottle is to be filled to the same fraction of its capacity, how many cups of milk should be poured into the 4-cup bottle?

- (A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $\frac{7}{3}$  (C)  $\frac{5}{2}$   
 (D)  $\frac{8}{3}$  (E) 3



8. In the figure above, segments  $PR$  and  $QR$  are each parallel to one of the rectangular coordinate axes. Is the ratio of the length of  $QR$  to the length of  $PR$  equal to 1?

- (1)  $c = 3$  and  $d = 4$ .

6. 某一实验中包括的老鼠的 40% 是雄性老鼠。假如一些老鼠在实验中死亡, 并且 30% 死亡的老鼠是雄性老鼠, 雄性老鼠的死亡率与雌性老鼠的死亡率的比率为多少?

解: 设共有  $x\%$  的老鼠死亡, 则雄性老鼠的死亡率为:

$$\frac{x\% \times 30\%}{40\%} = 75\% \cdot x\%$$

雌性老鼠的死亡率为:

$$\frac{x\% (1 - 30\%)}{1 - 40\%} = \frac{7}{6} x\%$$

所以死亡率的比率为:

$$\frac{75\% \cdot x\%}{\frac{7}{6} \cdot x\%} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{6} = \frac{9}{14}$$

所以 (A) is correct.

7. 4 杯牛奶被倒入一个两杯的瓶中和一个 4 杯的瓶中。假如每个瓶中被充入的比例相同, 有多少杯牛奶被倒入 4 杯瓶中?

解: 设倒入 4 杯瓶中的牛奶有  $x$  杯

$$\text{则 } \frac{x}{4} = \frac{4 - x}{2}$$

$$x = \frac{8}{3}$$

所以 (D) is correct.

8. 在上面的图形中, 线段  $PR$  和  $QR$  每个都平行于一条坐标轴, 线段  $QR$  的长度与线段  $PR$  的长度比率等于 1 吗?

- (1)  $c = 3$  并且  $d = 4$

- (2)  $a = -2$  并且  $b = -1$

解: 由  $PR$  平行于  $x$  轴而  $QR$  平行于  $y$  轴, 则得到  $R$  点的坐标为  $(c, d)$ , 则线段  $PR$  的长度为  $c - a$ , 线段  $QR$  的长度为  $d - b$ , 由 (1) 中  $c = 3$  且  $d = 4$  无法得到  $PR$  与  $QR$  的长度; 由 (2) 中  $a = -2$  且  $b = -1$  也无法得到  $PR$  与  $QR$  的长度; 由 (1) + (2) 可以得到  $a, b, c, d$  的值所以可以回

(2)  $a = -2$  and  $b = -1$ .

9. A total of 774 doctorates in mathematics were granted to United States citizens by American universities in the 1972 - 1973 school year, and  $W$  of these doctorates were granted to women. The total of such doctorates in the 1986 - 1987 school year was 362, and  $w$  of these were granted to women. If the number of doctorates in mathematics granted to female citizens of the United States by American universities decreased from the 1972 - 1973 school year to the 1986 - 1987 school year, was the decrease less than 10 percent?

(1)  $\frac{1}{10} < \frac{W}{774} < \frac{1}{9}$

(2)  $W = w + 5$

10. How many integers  $n$  are there such that  $r < n < s$ ?

(1)  $s - r = 5$

(2)  $r$  and  $s$  are not integers.

11. A ladder 25 feet long is leaning against a wall that is perpendicular to level ground. The bottom of the ladder is 7 feet from the base of the wall. If the top of the ladder slips down 4 feet, how many feet will

答这个问题。

所以(C) is correct。

9. 1972/1973 学年美国的大学数学系共授予 774 名博士生美国国籍, 并且这些博士生中的  $W$  人是女性。1986/1987 学年这样的博士生总数为 362 人, 其中有  $w$  为女性。假如美国大学数学系在 1972/1973 学年比 1986/1987 学年授予女性博士生美国国籍的人数下降。下降少于 10% 吗?

解: 本题问题为  $\frac{W-w}{W}$  是否小于 10%。由 (1) 中未涉及  $w$ , 所以无法判断上面的算式是否小于 10%, 由 (2) 中  $W = w + 5$ , 由于  $W$  和  $w$  都未知, 所以也无法判断是否小于 10%; (1) + (2) 由:

$$\frac{1}{10} < \frac{W}{774} < \frac{1}{9} \text{ 得 } 77 < W < 86, \text{ 由 } W = w$$

+ 5 得  $W - w = 5$ , 则  $\frac{5}{W}$  必然小于 10%, 因为  $77 < W < 86$ , (1) + (2) 可以回答上面的问题,

所以(C) is correct。

10. 有多少正整数  $n$  满足  $r < n < s$ ?

(1)  $s - r = 5$

(2)  $r$  和  $s$  不是整数。

解: (1) 中  $s - r = 5$ , 若  $s, r$  为整数则有 4 个正整数满足  $r < n < s$ , 若  $s, r$  为小数, 则有 5 个正整数满足  $r < n < s$ , 所以 (1) 无法回答上述问题; (2)  $r$  和  $s$  不是整数也不能回答上述问题; (1) + (2) 可以得到有 5 个正整数满足  $r < n < s$ 。

所以(C) is correct。

11. 一个 25 英尺的梯子被斜靠在一堵与地面垂直的墙上, 梯子的底部距墙的底部有 7 英尺。假如梯子的顶部向下滑 4 英尺, 梯子的底部将滑多少英尺?

解: 在未滑动之前, 梯子的垂直高度为:

the bottom of the ladder slip?

- (A) 4  
(B) 5  
(C) 8  
(D) 9  
(E) 15

12. If a motorist had driven 1 hour longer on a certain day and at an average rate of 5 miles per hour faster, he would have covered 70 more miles than he actually did. How many more miles would he have covered than he actually did if he had driven 2 hours longer and at an average rate of 10 miles per hour faster on that day?

- (A) 100 (B) 120 (C) 140  
(D) 150 (E) 160

13. One-fifth of the light switches produced by a certain factory are defective. Four-fifths of the defective switches are rejected and  $\frac{1}{20}$  of the nondefective switches are rejected by mistake. If all the switches not rejected are sold, what percent of the switches sold by the factory are defective?

- (A) 4%  
(B) 5%  
(C) 6.25%  
(D) 11%  
(E) 16%

$$\sqrt{25^2 - 7^2} = 24 \text{ 英尺}$$

顶部向下滑 4 英尺, 则梯子的垂直高度为 20 英尺, 则梯子距墙的底部为:

$$\sqrt{25^2 - 20^2} = 15 \text{ 英尺}$$

$$15 - 7 = 8 \text{ 英尺}$$

所以 (C) is correct.

12. 假如一个司机某天多驾驶一小时且平均速度每小时再快 5 英里, 他将比平时驾驶的多 70 英里。假如他多驾驶两小时, 且平均速度每小时快 10 英里。他将比平时驾驶的多多少英里?

解: 设该司机平时驾驶时间为  $t$  小时。平时驾驶的速度为  $x$  英里/小时, 则:

$$(t+1)(x+5) = xt + 70$$

$$5t + x = 65$$

$$(t+2)(x+10) - xt = 10t + 2x + 20 \\ = 2(5t + x) + 20 = 2 \times 65 + 20 = 150$$

所以 (D) is correct.

13. 某工厂生产的  $\frac{1}{5}$  的电灯开关是有缺陷的,  $\frac{4}{5}$  有缺陷的开关被剔除并且  $\frac{1}{20}$  无缺陷的开关被错误地剔除。假如所有的未剔除的开关都被出售, 该工厂出售的百分之多少的开关是有缺陷的?

解: 出售的有缺陷的开关占总量的比率:

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

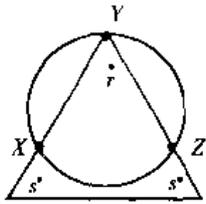
出售的无缺陷开关占总量的比率:

$$\frac{4}{5} \left(1 - \frac{1}{20}\right) = \frac{19}{25}$$

则出售的开关中有缺陷的比例为:

$$\frac{\frac{1}{25}}{\frac{1}{25} + \frac{19}{25}} = \frac{1}{20} = 5\%$$

所以 (B) is correct.



14. What is the circumference of the circle above?

- (1) The length of arc  $XYZ$  is 18.  
 (2)  $r = s$

15. At a certain state university last term, there were  $p$  students each of whom paid either the full tuition of  $x$  dollars or half the full tuition. What percent of the tuition paid by the  $p$  students last term was tuition from students who paid the full tuition?

- (1) Of the  $p$  students, 20 percent paid the full tuition.  
 (2) The  $p$  students paid a total of \$91.2 million for tuition last term.

16. Bowls  $X$  and  $Y$  each contained exactly 2 jelly beans, each of which was either red or black. One of the jelly beans in bowl  $X$  was exchanged with one of the jelly beans in bowl  $Y$ . After the exchange, were both of the jelly beans in bowl  $X$  black?

14. 上面的圆的周长是多少?

- (1) 弧  $XYZ$  的长度是 18  
 (2)  $r = s$

解:(1)中指出弧  $XYZ$  的长度为 18,但由于无法知道  $r$  的大小和圆的半径,所以无法得到圆的周长,(1)单独无法回答问题;

(2)中  $r = s$ ,则  $r = 60^\circ$ ,但仍然无法求出圆的半径,所以(2)单独也无法回答问题;(1)+(2)可以得到 240°的圆心角所对弧长为 18,则可以求出圆的周长为 1.5 倍的弧  $XYZ$  的长度

所以(C) is correct.

15. 在某一州立大学的上一学期,有  $p$  个学生,他们或者付全额学费  $x$  美元或者付半额学费,在  $p$  个学生所付的学费中付全额学费的学生所付的学费所占的百分比是多少?

- (1) 在  $p$  个学生中,20%的人付全额学费。  
 (2)  $p$  个学生上学期共付了  $91.2 \times 10^6$  美元的学费。

解:由(1)中付全额学费的学生有 20%,设每人付  $x$  美元,则付全额学费的学生所付的学费所占的百分比为:

$$\frac{20\%x}{20\%x + 80\% \cdot \frac{1}{2}x}$$

所以(1)可以单独回答上面的问题;(2)中已知所付学费的总量无法回答上面的问题。

所以(A) is correct.

16. 碗  $X$  和  $Y$  每只装有两个果冻豆,每个或者为红色或者为黑色。碗  $X$  中的一个果冻豆与碗  $Y$  中的一个果冻豆交换。在交换后,碗  $X$  中的两个果冻豆都是黑色吗?

- (1)在交换前,碗  $X$  中有两个黑色果冻

- (1) Before the exchange, bowl  $X$  contained 2 black jelly beans.  
 (2) After the exchange, bowl  $Y$  contained 1 jelly bean of each color.

豆。

- (2) 在交换后,碗  $Y$  中含红色、黑色果冻豆各一个。

解:(1)无法回答上面的问题,因为  $Y$  碗中的果冻豆的颜色未知;(2)单独也无法回答上面的问题;(1)+(2)同样无法回答上面的问题,因为交换前  $Y$  碗中的果冻豆的颜色未知。

所以(E) is correct。

17. If Carmen had 12 more tapes, she would have twice as many tapes as Rafael. Does Carmen have fewer tapes than Rafael?

- (1) Rafael has more than 5 tapes.  
 (2) Carmen has fewer than 12 tapes.

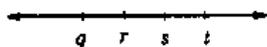
17. 假如 Carmen 多 12 盘磁带,她的磁带量是 Rafael 的 2 倍,Carmen 比 Rafael 的磁带少吗?

解:本题问题在于许多考生无法正确理解上面问题中的精确含义 12 more 指多 12 盘磁带,即如果多了 12 盘就是 Rafael 的 2 倍。设  $C$  有  $x$  盘磁带, $R$  有  $y$  盘磁带,则:

$$x + 12 = 2y$$

- (1)中指  $R$  的磁带超过 5 盘,即  $y \geq 6$ ,则无法判断  $C$  和  $R$  谁多谁少。  
 (2)指  $C$  少于 12 盘磁带,即  $x \leq 11$ ,则无论  $x$  取小于 12 的任一值, $y > x$ 。

所以(B) is correct。



18. Of the four numbers represented on the number line above, is  $r$  closest to zero?

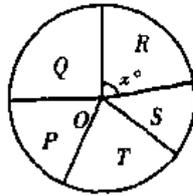
- (1)  $q = -s$   
 (2)  $-t < q$

18. 在左面数轴中展现的 4 个数中, $r$  近似于 0 吗?

解:本文前文中介绍过美国数学中的数轴都是双向有箭头的,但一定由左至右逐渐增大,并且 GMAT 的 Data sufficiency 中的图形在没有指明的情况下,一定是 drawn to scale,即按比例画的,由上图  $q, r, s, t$  间距基本相同。

- (1)中指出  $q = -s$ ,则  $r$  近似于 0。  
 (2)中指出  $-t < q$  说明不了  $r$  的情况  
 所以(A) is correct。

TOTAL EXPENSES FOR THE FIVE DIVISIONS OF COMPANY H



19. The figure above represents a circle graph of Company H's total expenses broken down by the expenses for each of its five divisions. If  $O$  is the center of the circle and if Company H's total expenses are \$5,400,000, what are the expenses for division R?

- (1)  $x = 94$
- (2) The total expenses for divisions S and T are twice as much as the expenses for division R.

20. If 10 persons meet at a reunion and each person shakes hands exactly once with each of the others, what is the total number of handshakes?

(A)  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$   
 (B)  $10 \cdot 10$  (C)  $10 \cdot 9$  (D) 45 (E) 36

21. After 5 games, a rugby team had an average of 28 points per game. In order to increase the average by  $n$  points, how many points must be scored in a 6th game?

(A)  $n$  (B)  $6n$  (C)  $28n$   
 (D)  $28 + n$  (E)  $28 + 6n$

22. On July 1, 1982, Ms. Fox deposited \$10,000 in a new account at the annual interest rate of 12 percent compounded

19. 题目: H 公司 5 个部门的总花费

左面的图形展示了 H 公司总花费的圆形图,被分解为 5 个部门每一个的花费。假如  $O$  是圆的圆心,并且假如公司 H 的总花费为 5400000 美元,部门 R 的花费是多少?

解:(1)中给出  $x = 94$ ,  $x$  为 R 扇形的圆心角,则可以得到 R 部的花费。

(2) S 和 T 的花费是 R 部花费的 2 倍。 $S + T = 2R$  无法说明 R 到底在圆中占多大比例,所以从(2)中无法回答上面的问题。

所以(A) is correct。

20. 假如 10 个人在一次聚会中相遇,每人与另一人握一次手,握手的总数是多少?

解:两个人握手,则为从 10 人中任取两人,  
 $C_{10}^2 = 45$

所以(D) is correct。

21. 5 场比赛后,一个橄榄球队平均每场得 28 分,为了使平均分增加  $n$  分,在第 6 场比赛中必须得多少分?

解:设第 6 场比赛的得分为  $x$ ,则

$$\frac{28 \times 5 + x}{6} = 28 + n$$

$$x = 28 + 6n$$

所以(E) is correct。

22. 在 1982 年 7 月 1 日, F 女士在一个新账户上存了 10000 美元以年利率为 12% 且以月为单位计算复利。假如她既没有存

monthly. If no additional deposits or withdrawals were made and if interest was credited on the last day of each month, what was the amount of money in the account on September 1, 1982?

- (A) \$ 10,200 (B) \$ 10,201  
(C) \$ 11,100 (D) \$ 12,100  
(E) \$ 12,544

23. Erica has \$ 460 in 5-and 10-dollar bills only. If she has fewer 10-than 5-dollar bills, what is the least possible number of 5-dollar bills she could have?

- (A) 32  
(B) 30  
(C) 29  
(D) 28  
(E) 27

24. Any decimal that has only a finite number of nonzero digits is a terminating decimal. For example, 24, 0.82, and 5.096 are three terminating decimals. If  $r$  and  $s$  are positive integers and the ratio  $\frac{r}{s}$  is expressed as a decimal, is  $\frac{r}{s}$  a terminating decimal?

- (1)  $90 < r < 100$   
(2)  $s = 4$

25. If  $n$  is a positive integer, is the value of  $b - a$  at least twice the value of  $3^n - 2^n$ ?

- (1)  $a = 2^{n+1}$  and  $b = 3^{n+1}$   
(2)  $n = 3$

钱也没有取钱并且利息在每个月最后一天加入账户,在1982年9月1日账户中的钱有多少?

解:年利率为12%,则月利为1%

两个月后账户中的钱有:

$$10000(1+1\%)^2 = 10201 \text{ 美元}$$

所以(B) is correct。

23. E 仅有5美元和10美元的钞票共460美元。假如她手中的10美元钞票比5美元的钞票少,她可能有的5美元钞票的数目最少有多少张?

解:设E有  $m$  张5美元的钞票,  $n$  张10美元的钞票,且  $m > n$ ,则

$$5m + 10n = 460$$

$$m + 2n = 92$$

观察得  $m = 32, n = 30$

则5美元钞票的最小值为32。

所以(A) is correct。

24. 仅有有限个非零数字的任何小数是有限小数,例如,24, 0.82 和 5.096 是3个有限小数。假如  $r$  和  $s$  是正整数并且比率  $\frac{r}{s}$  被表示为一个小数,  $\frac{r}{s}$  是有限小数吗?

解:terminating decimal 有限小数

由(1)  $90 < r < 100$  无法说明  $\frac{r}{s}$  是否为有限小数;由(2)  $s = 4$ , 已知  $r$  是正整数,则无论  $r$  取什么值,  $\frac{r}{4}$  都是一个有限小数,所以(2)单独回答了问题。

(B) is correct。

25. 假如  $n$  是一个正整数,  $b - a$  的值至少是  $3^n - 2^n$  的2倍吗?

解:(1)中可得  $b - a = 3^{n+1} - 2^{n+1} = 3^n + 2$

$(3^n - 2^n)$ , 其除以  $3^n - 2^n$  的商为  $\frac{3^n}{3^n - 2^n}$

26. Town  $T$  has 20,000 residents, 60 percent of whom are female. What percent of the residents were born in Town  $T$ ?

(1) The number of female residents who were born in Town  $T$  is twice the number of male residents who were not born in Town  $T$ .

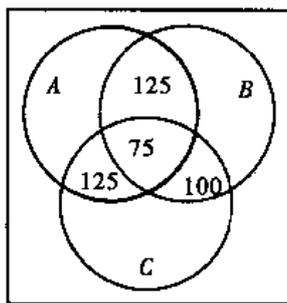
(2) The number of female residents who were not born in Town  $T$  is twice the number of female residents who were born in Town  $T$ .

27. If  $x$  is an integer, is  $(x + p)(x + q)$  an even integer?

(1)  $q$  is an even integer.

(2)  $p$  is an even integer.

Questions 28 – 29 refer to the following information.



+2, 这个值大于 2, 而(2)中无法得知  $a$  和  $b$  的值, 所以(2)单独无法回答上面的问题。

所以(A) is correct。

26. 镇  $T$  有 2 万名居民, 60% 的人是女性, 出生于  $T$  的居民的百分比是多少?

(1) 出生于  $T$  的女性居民的数目是不出生于  $T$  的男性居民数目的 2 倍。

(2) 不出生于  $T$  的女性居民的数目是出生于  $T$  的女性居民数目的 2 倍。

解: 设出生于  $T$  的男性居民的百分比为  $x$ , 出生于  $T$  的女性居民的百分比为  $y$ , (1) 中仅说明  $y$  是  $40\% - x$  的 2 倍, 无法求得  $x + y$ ; (2) 说明  $2y + y = 60\%$   $y = 20\%$ , 但无法求得  $x$ ; (1) + (2) 可以得到  $x$  的值, 所以可以得到  $x + y$  的值, 所以(C) is correct。

27. 假如  $x$  是一个整数,  $(x + p)(x + q)$  是一个偶数吗?

(1)  $q$  是一个偶数。

(2)  $p$  是一个偶数。

解: (1) 中  $q$  是偶数, 但无法确定  $(x + p)$  和  $(x + q)$  是否为偶数; (2) 同理也无法确定; (1) + (2) 同样无法确定  $(x + p)$ ,  $(x + q)$  中是否至少有一个是偶数, 所以(E) is correct。

问题 28 – 29 根据下面的信息

在一个对于产品  $A, B, C$  的市场营销的调查中, 1000 人被问及他们使用哪一种产品。左面图表中 3 个圆形区域代表使用产品  $A, B, C$  的人数, 根据调查的结果, 在被调查的人中, 共有 400 人使用  $A$ , 400 人使用  $B$ , 450 人使用  $C$ 。

28. 调查中有多少人只使用一种产品?

解: 由上面的集合图, 仅使用一种产品的人一

In a marketing survey for products A, B, and C, 1,000 people were asked which of the products, if any, they use. The three circular regions in the diagram above represent the numbers of people who use products A, B, and C, according to the survey results. Of the people surveyed, a total of 400 use A, a total of 400 use B, and a total of 450 use C:

定是不含数字的区域,单独使用 A 产品的人有:

$$400 - 125 - 125 - 75 = 75$$

单独使用 B 产品的人有:

$$400 - 125 - 75 - 100 = 100$$

单独使用 C 产品的人有:

$$450 - 125 - 75 - 100 = 150$$

所以仅使用一种产品的人有:

$$75 + 100 + 150 = 325$$

28. How many of the people surveyed use exactly one of the products?

- (A) 75 (B) 100 (C) 150  
(D) 250 (E) ~~350~~  $325$

所以(E) is correct。

29. What percent of the people surveyed use product A or product B or both, but not product C?

- (A) 12.5%  
(B) 17.5%  
(C) 30%  
(D) 40%  
(E) 60%

29. 调查中有百分之多少的人或者使用 A, 或者使用 B, 或者两者同时使用, 但不使用 C?

解: 使用 A 但不使用 C 的人有:

$$400 - 125 - 75 = 200$$

使用 B 但不使用 C 的人有:

$$400 - 75 - 100 = 225$$

使用 A 或 B 或两者同时使用的人有:

$$200 + 225 - 125 = 300$$

所以所占百分比为:

$$\frac{300}{1000} = 30\%$$

(C) is correct。

30. If the average (arithmetic mean) of 5 positive temperatures is  $x$  degrees Fahrenheit, then the sum of the 3 greatest of these temperatures, in degrees Fahrenheit, could be

- (A)  $6x$  (B)  $4x$  (C)  $\frac{5x}{3}$   
(D)  $\frac{3x}{2}$  (E)  $\frac{3x}{5}$

30. 假如 5 个正温度的算术平均值是  $x$  华氏度, 那么这些温度中 3 个最大的温度的和可以是多少(以华氏温度计)?

解: 算术平均值为  $x$ , 则 5 个值的和为  $5x$ , 则 3 个最大的温度的和一定处于  $3x$  和  $5x$  之间, 满足这一条件的只有(B)。

所以(B) is correct。

31. The participants in a race consisted of 3 teams with 3 runners on each team. A team was awarded  $6 - n$  points if one of its runners finished in  $n$ th place, where  $1 \leq n \leq 5$ . If all of the runners finished the race and if there were no ties, was each team awarded at least one point?

- (1) No team was awarded more than a total of 6 points.  
 (2) No pair of teammates finished in consecutive places among the top five places.

32. If  $n = p + r$ , where  $n$ ,  $p$ , and  $r$  are positive integers and  $n$  is odd, does  $p$  equal 2?

- (1)  $p$  and  $r$  are prime numbers.  
 (2)  $r \neq 2$

33. A sum of \$200,000 from a certain estate was divided among a spouse and three children. How much of the estate did the youngest child receive?

- (1) The spouse received  $\frac{1}{2}$  of the sum from the estate, and the oldest child received  $\frac{1}{4}$  of the remainder.  
 (2) Each of the two younger children received \$12,500 more than the oldest

31. 一个比赛的参与者包括 3 组, 每组 3 名赛跑者。假如一组一名赛跑者得了第  $n$  名,  $1 \leq n \leq 5$ , 该组被给予  $6 - n$  分, 假如所有的赛跑者都完成了比赛并且没有平局, 每组至少得了 1 分吗?

- (1) 没有一个组得分超过 6 分。  
 (2) 在前 5 名中没有同组成员获得连续名次。

解: 由题意, 前 5 名分别得 5, 4, 3, 2, 1 分。

(1) 中说明没有一个组得分超过 6 分, 则 3 组中每组都至少得了 3 分, 所以 (1) 回答了上面的问题; (2) 中说明前 5 名中, 无同组成员获得连续名次。可能某一组成员为 1, 3, 5 名, 另一组成员为 2, 4 名, 则无法回答上面的问题。

所以 (A) is correct.

32. 假如  $n = p + r$ , 且  $n$ ,  $p$ ,  $r$  均为正整数,  $n$  是奇数,  $p = 2$  吗?

- (1)  $p$  和  $r$  是质数  
 (2)  $r \neq 2$

解: (1) 中  $p$  和  $r$  是质数, 无法得到  $p$  是否等于 2; (2) 中  $r \neq 2$ 。也无法说明  $p$  是否等于 2; (1) + (2) 能够说明  $p$  一定等于 2, 因为  $n = p + r$  且  $n$  为奇数, 所以  $p$  和  $r$  中必为一奇一偶, 而  $p, r$  又都为质数, 则其中一个数必为 2, 由  $r \neq 2$  则  $p = 2$ 。

所以 (C) is correct.

33. 从某一地产中得到的 200000 美元被分给配偶和 3 个孩子, 最小的孩子得到了多少钱?

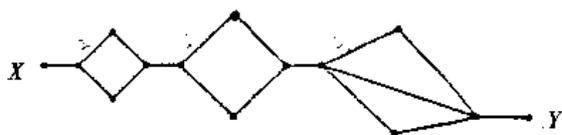
- (1) 配偶获得了地产的  $\frac{1}{2}$ , 而最大的孩子获得剩余部分的  $\frac{1}{4}$ 。  
 (2) 2 个较小孩子中的每一个都比最大的孩子多得了 12500 美元且比配偶少得了 62500 美元。

解: (1) 中得不到最小的孩子获得多少钱; (2)

child and \$62,500 less than the spouse.

34. Each of the integers from 0 to 9, inclusive, is written on a separate slip of blank paper and the ten slips are dropped into a hat. If the slips are then drawn one at a time without replacement, how many must be drawn to ensure that the numbers on two of the slips drawn will have a sum of 10?
- (A) Three  
(B) Four  
(C) Five  
(D) Six  
(E) Seven

35. If  $x$  and  $y$  are prime numbers, which of the following CANNOT be the sum of  $x$  and  $y$
- (A) 5  
(B) 9  
(C) 13  
(D) 16  
(E) 23



36. The diagram above shows the various paths along which a mouse can travel from

中说明 2 个较小的孩子得到的量相同, 设为  $x$ , 则可以通过下列方程求得  $x$ :

$$2x + (x - 12500) + (x + 62500) = 200000$$

所以(2)单独回答了上面的问题

所以(B) is correct。

34. 从 0 到 9(包括首尾数字)的整数的每一个被写成一张单独的空白纸条, 并且这 10 张纸条被放入一个帽子中。假如纸条每次被抽出一张后不作替换, 必须抽多少次来保证抽出的两张纸条上的数字和为 10?

解: 0 到 9 的整数有 4 种可能相加为 10, 即  $1 + 9, 2 + 8, 3 + 7, 4 + 6$ , 剩下 0 和 5 不可能与另一张纸条相加为 10。要想保证抽出的 2 张纸条上的数字相加为 10, 则必须抽 7 次。

所以(E) is correct。

35. 假如  $x$  和  $y$  是质数, 下列哪一个不能是  $x$  和  $y$  的和?

解: 本题采用排除法最方便,  $5 = 2 + 3, 9 = 7 + 2; 13 = 11 + 2; 16 = 3 + 13$  得到 23 不能由两个质数的和来表示, 所以(E) is correct。

有一个无聊的定理“任何一个大于 2 的偶数都可以表达为两个质数的和”, 但读者不需记类似的定理。只要遇见数字规律题, 排除法永远是最好的选择。

36. 左面的图表展示了一个老鼠从  $X$  点被释放到  $Y$  点的不同路线。假如老鼠不重复走路上任何一点, 直接从  $X$  至  $Y$  的不同小路的数目有多少条?

解: 由乘法原则, 第一个分支有 2 条路, 第二个分支也有 2 条路, 第三个分支有 3 条路, 则不同小路的数目为:

point  $X$ , where it is released, to point  $Y$ , where it is rewarded with a food pellet. How many different paths from  $X$  to  $Y$  can the mouse take if it goes directly from  $X$  to  $Y$  without retracing any point along a path?

- (A) 6 (B) 7 (C) 12  
(D) 14 (E) 17

37. In a certain sequence, the first term is 1, and each successive term is 1 more than the reciprocal of the term that immediately precedes it. What is the fifth term of the sequence?

- (A)  $\frac{3}{5}$  (B)  $\frac{5}{8}$  (C)  $\frac{8}{5}$   
(D)  $\frac{5}{3}$  (E)  $\frac{9}{2}$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

所以(C) is correct。

37. 在某一数列中, 第一项是 1, 并且下一项是前一项的倒数加 1, 该数列的第五项是多少?

解:  $a_1 = 1, a_2 = 1 + 1 = 2$

$$a_3 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \quad a_4 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$a_5 = \frac{3}{5} + 1 = \frac{8}{5}$$

所以(C) is correct。

## 附 录:

## GRE &amp; GMAT 考试中出现的数学词汇表

apiece	每人
absolute value	绝对值, 如 $ 5  =  -5 $
add (addition)	加(加法)
average value	平均值(arithmetic mean)
algebra	代数
algebraic expression	代数式
algebraic fraction	分式, 如 $\frac{2a}{(a+b)}$
algebraic term	代数项
arithmetic mean	算术平均值
arithmetic progression(sequence)	等差数列
adjacent angle	邻角
amount to	合计
angle	角
alternate angle	内错角
alternant	交替函数, 交替行列式
approximate	近似
abscissa	横坐标
angle bisector	角平分线
altitude	高
arc	弧
arm	直角三角形的股
acute angle	锐角
adjacent vertice	相邻顶点
bar graph	柱状图
base	底边, 乘幂的底数, 如 $6^4$ 中的 6
binomial	二项式
bisect	平分
brace	双, 如: a brace of dogs 两只狗
billion	10 亿
common denominator	公分母

---

common factor	公因子
common multiple	公倍数
common base triangles	共底三角形
common divisor	公约数
common fraction	普通分数, 简分数
common logarithm	常用对数
common ratio	公比
common year	平年, 指 365 天的一年
complex fraction	繁分数
complex plane	复平面
complex number	复数, 如 $T+i$
complex root	复根
complex conjugate	复共轭, 复共轭矩阵
composite number	合数, 除 1 及本身外还有其他因子的数
consecutive number	连续整数
cubic metre	立方米
consecutive even integer	连续偶数
consecutive odd integer	连续奇数
cross multiply	交叉相乘
cross section	横截面
convex polygon	凸多边形
concave polygon	凹多边形
coefficient	系数
cent	美分
complete quadratic equation	完全二次方程, 如 $x^2 + 2x + 1 = 0$
complementary angle	余角
complementary function	余函数
constant	常数
cube	立方体, 立方数
cube root	立方根
central angle	圆心角
circle	圆
clockwise	顺时针方向
center of a circle	圆心
chord	弦
circular cylinder	圆柱体
congruent	全等的
corresponding angle	同位角
cardinal	基数
centigrade	摄氏

compounded interest	复利
circumference	周长
concentric circles	同心圆
circle graph	扇面图, 圆形图
cumulative graph	累积图
coordinate system	坐标系
coordinates	坐标
cone	圆锥 (体积 = $\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$ )
circumscribe	外切
combination	组合 $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$
dime	一角硬币
divisible	可被整除的, 如 10 is divisible by 5
decrease	减少
decrease to	减少到
decrease by	减少了
decimal	小数
decimal point	小数点
decimal fraction	纯小数
decimal arithmetic	十进制运算
decimal system, decimal scale	十进制
denote	代表, 表示
denominator	分母
define	定义, 化简
difference	差
digit	数字
direct proportion	正比
divide	除
divided evenly	被整除
diagonal	对角线
depreciation	折旧
decagon	十边形
differential	微分
discount	折扣
depth	深度
down payment	直接付款
diameter	直径
dimension	大小, 度量(指长、宽、高等)
distinct	不同的
dividend	被除数, 红利

division	除法
division sign	除号 $\div$ , 斜线分数号(/)
divisor	因子, 除数
dozen	打(12)
equivalent fractions	等值分数
equivalent equation	同解方程式, 等价方程式
equivalence relation	等价关系
even integer, even number	偶数
exponent	指数, 幂
equation	方程
equation of the first degree	一次方程
endpoint	端点
estimation	近似
edge	棱
equal	相等
equilateral triangle	等边三角形
equilateral	等边形
equilateral hyperbola	等轴双曲线
exterior angle	外角
extent	维数 A plane figure is 2 - extent
exterior angles on the same side of the transversal	同旁外角
foot	英尺
factor	因子
Fahrenheit	华氏
fraction	分数
factorable quadratic equation	可因式分解的二次方程
face of a solid	立体的面
Fourier series	傅立叶定理
Fourier transform	傅立叶变换
factorial	阶乘
factorization	因式分解
geometric mean	几何平均数, 如 $\sqrt[3]{abc}$
gross	罗(=12打)
geometric progression(sequence)	等比数列
greater than	大于
gallon	加仑(1 gallon = 4 quart)
graph	图
graph theory	图论
geometry	几何

hyperbola	双曲线
hexagon	六边形
hypotenuse	斜边
inequality	不等式
improper fraction	假分数, 如 $\frac{7}{3}$
infinite decimal	无穷小数
increase	增加
increase to	增加到
increase by	增加了
interest	利息
integer	整数
inverse proportion	反比
irrational number	无理数
incomplete quadratic equation	不完全二次方程, 如: $3x^2 + 4 = 0$
intercept	截距
intercalary year (leap year)	闰年(366天)
included angle	夹角
included side	夹边
inscribe	内切
irrational	无理数
intersect	相交
inch	英寸
inscribed triangle	内接三角形
interior angle	内角
isosceles triangle	等腰三角形
inference	推理, 推论
infinitesimal calculus	微积分
infinity	无穷大
infinitesimal	无穷小
integerable	可积分的
integral	积分
integral calculus	积分学
integral domain	整环, 整域
integrand	被积函数
integrating factor	积分因子
inverse function	反函数
inverse	倒数
least common denominator	最小公分母
least common multiple	最小公倍数

---

least possible value	最小可能值
literal coefficient	字母系数
like terms	同类项
length	长
line	直线
less than	小于
line segment	线段
list price	标价
leg	三角形的直角边
linear	一次的,线性的
linear algebra	线性代数
linear equation	线性方程,一次方程
linear function	线性函数,一次函数
linear transformation	线性变换,一次变换
line graph	线图
logarithm	对数
line integral	线积分
minuend	被减数
markup (markdown)	涨价(降价)
minus (take away)	减,负,负数
mixed decimal	混合小数
mixed number	带分数
multiply (times)	乘
minute	分(角的度量单位,60分=1 degree)
margin	利润
mid point	中点
minor axis	(椭圆)短轴
minor	子行列式,子式
minimum	最小值
multilateral	多边的
multinomial	多项式
multiple	倍数
multiplicand	被乘数
multiplication	乘法
multiplier	乘数
monomial	单项式
midpoint	中点
maximum	极大值
meter	米
micron	微米

mean	平均数
mode	众数
median	中数
median of a triangle	三角形的中线
negative number	负数
negative whole number	负整数
nickel	五美分硬币
numerator	分子
numerical coefficient	数字系数
null set (empty set)	空集
number line	数轴
number theory	数论
numerical analysis	数值分析
natural logarithm	自然对数
natural number	自然数
nonagon	九边形
nonnegative	非负的
normal matrix	正规矩阵
odd integer, odd number	奇数
original equation	原方程
obtuse angle	钝角
octagon	八角形
origin	原点
ordinate	纵坐标
ordinary scale	十进制
opposite	(直角三角形中的)对边
oblateness (ellipse)	椭圆形
ordinal	序数
overlap	重叠
oblique	斜三角形
per capita	每人
percentage	百分比
plane	平面
parentheses	括号
plane geometry	平面几何
polynomial	多项式
parallel lines	平行线
parallelogram	平行四边形
penny	一美分硬币
pentagon	五边形
parabola	抛物线

polygon	多边形
perpendicular	垂直
perimeter	周长
pythagorean theorem	勾股定理
pie chart	扇面图
profit	利润
positive number	正数
prime number	质数
power	乘方
product	积
proper fraction	真分数
proportion	比例
permutation	排列 $P_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$
pyramid	角锥体
proper subset	真子集
prime factor	质因子
pint	品脱
progression	数列
quadrihedron	三角锥
quotient	商
quadratic equation	二次方程
quadrilateral	四边形
quadrant	象限
quantic	齐次, 多元齐次多项式
quart	夸脱 ( $1 \text{ quart} = \frac{1}{4} \text{ gallon} = 2 \text{ pint}$ )
quarter	四分之一
quartic equation	四次方程
ratio	比率
real number	实数
retail price	零售价
round off	四舍五人
root	根
radical sign	根号
radius	半径
rectangle	长方形
regular polygon	正多边形
rhombus	菱形
right circular cylinder	直圆柱体
right triangle	直角三角形

right angle	直角
rectangular solid	长方体
reciprocal	倒数
radian	弧度
range	值域
remainder	余数
remote interior angle	不相邻内角
rectangular coordinate	直角坐标系
rational number	有理数
rectangular hyperbola	等轴双曲线
recurring decimal	循环小数
right circular cone	直圆锥
regular solid/regular polyhedron	正多面体
regular pyramid	正棱锥
regular prism	正棱柱
root sign	根号
round angle	周角
round to	四舍五入
sign	符号
simple (common) fraction	简分数
solution set	解集
square root	平方根
subtract	减
subtrahend	被减数
sum	和
sequence	序列, 数列
similar terms	同类项
slope	斜率
simple interest	单利
score	廿(指 20)
Simultaneous equations	联立方程组
solution	解, 答案
set	集合
sphere	球体(表面积 $4\pi r^2$ , 体积 $\frac{4}{3}\pi r^3$ )
side	边长
segment of a circle	弧形
semicircle	半圆
solid	立体
square	正方形, 平方

straight angle	平角, 即 $180^\circ$ 角
straight line	直线
surface area	表面积
supplementary angles	补角
solid geometry	立体几何
square matrix	方阵
square measure	平方单位制
surface integral	面积分
scalene cylinder	斜柱体
scalene triangle	不等边三角形
the extremes of a proportion	比例外项
the means of a proportion	比例内项
tens	十位
tenths	十分位
trinomial	三项式
tangent	切线
transversal	截线
trapezoid	梯形
table	表格
tie	并列, 打平
triangle	三角形
triangle inequality	三角不等式
trigonometric function	三角函数
trigonometry	三角学
to the nearest	四舍五人
vertex (vertices)	顶点
variable	变量
units	个位
unit	单位
weighted average	加权平均值
vertical angle	对顶角
volume	体积
width	宽
whole number	整数
vulgar fraction	普通分数, 与 decimal fraction 相对
union	并集
yard	码
zero	零


 数学公式小结

1. Distance between points  $(x, y)$  and  $(a, b)$  is  $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$
2. quadratic formula  $x = \frac{1}{2a}(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})$
3. Discount = Cost  $\times$  rate of Discount
4. Area of a trapezoid =  $(b_1 + b_2)h/2$
5. Area of a rhombus =  $\frac{\text{Product of two diagonals}}{2}$
6. Volume of right circular cylinder =  $\pi r^2 \cdot h$
7. Volume of right circular cone =  $\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$
8. Volume of rectangular solid = length  $\times$  width  $\times$  height
9. Arithmetic progression  $a_n = a_1 + (n-1)d$   $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$   
 Geometric progression  $a_n = a_1 q^{(n-1)}$   $S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$
10. Special formula of area of triangle =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$   $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$
11. The number of factors of  $Z = x^a \cdot y^b \cdot z^c$  ( $x, y, z$  为 prime number)  $n = (a+1)(b+1)(c+1)$